

μ 粒子の磁気能率測定

粒子物理学研究室

江戸勇樹
宮岡直広
森永真央
山口貴弘
渡邊一平

2011年3月8日

目次

1	目的と概要	6
2	実験の理論的背景	7
2.1	μ 粒子の磁気モーメント	7
2.2	ラーモア歳差運動	9
2.3	μ 粒子の偏極	10
2.4	μ 粒子の崩壊様式	12
3	実験装置	14
3.1	装置内での μ 粒子崩壊数の見積もり	15
3.2	シンチレータ、光電子増倍管	16
3.3	シンチレータからの信号の読み出し	18
3.4	trigger 条件	18
3.5	データの流れ	19
3.6	コイル	21
3.7	磁場	22
4	シミュレーション	24
4.1	Geant4 について	24
4.2	Geant4 とは	24
4.3	本実験でのシミュレーション	26
5	解析	27
5.1	崩壊の様子	27
5.2	止まった位置	28
5.3	シミュレーションへの反映	29
5.4	μ 粒子の寿命の解析	31
5.5	上下 Asymmetry	34
5.6	左右 Asymmetry	38
5.7	磁場を反転させたときの Asymmetry	41
6	結果	43
6.1	捕獲レート	43
6.2	偏極度	43
6.3	磁気能率	43
付録 A	PMT にかけた電圧	45
付録 B	直方体コイルの磁束密度の計算	46

図目次

1.1	SUSY が存在するときの μ 粒子のループ	6
2.1	ラーモア歳差運動の略図	9
2.2	宇宙線	10
2.3	π^+ 粒子の崩壊	10
2.4	ローレンツブースト	10
2.5	e^+ のエネルギー分布	12
2.6	μ^+ 粒子の崩壊	13
2.7	μ^+ 粒子の崩壊 (Forbidden)	13
3.1	アルミ板とシンチレータの配置略図	14
3.2	アルミ板とシンチレータの位置関係	15
3.3	実験装置の位置	15
3.4	本実験で用いたシンチレータ	16
3.5	シンチレータ、ライトガイド、PMT	17
3.6	PMT 動作原理の概念図	17
3.7	粒子の信号の概念図	18
3.8	trigger 条件を満たす event の例	18
3.9	データの流れの概念図	19
3.10	データ収集システムの概念図	19
3.11	μ 粒子通過信号の timing	20
3.12	実験装置概観	21
3.13	コイルの寸法。単位は cm	21
3.14	$x-z$ 平面における B_x の値のヒストグラム	22
3.15	$y-z$ 平面における B_x の値のヒストグラム	22
3.16	実測値と計算値との比較	23
3.17	止まった位置での磁場 B_x のヒストグラム	23
4.1	相互作用の概念図	25
4.2	輸送の一例	25
4.3	Event Display の一例	26
5.1	μ^+ 粒子の崩壊の様子	27
5.2	予想される $N_{ALL}, N_{UP}, N_{DOWN}$	27
5.3	ある event の再構成の一例	28
5.4	μ 粒子の止まった位置 (実データ)	29
5.5	μ 粒子の止まった位置 (シミュレーション)	29
5.6	寿命のヒストグラムの Fitting	32
5.7	崩壊方向の解析の概念図	34
5.8	崩壊方向の解析の概念図 (SAME)	34
5.9	N_U, N_D のヒストグラム	35

5.10	歳差運動の確認	35
5.11	上下方向の Asymmetry (実データ)	36
5.12	上下方向の Asymmetry (シミュレーション)	37
5.13	左右のカウント条件	38
5.14	左右での歳差運動の確認	38
5.15	左右の Asymmetry(実データ)	39
5.16	左右の Asymmetry(シミュレーション)	40
5.17	μ^+ 粒子の歳差運動の回転方向	41
5.18	磁場を反転させたときの左右の Asymmetry(実データ)	41
5.19	磁場を反転させたときの左右の Asymmetry(シミュレーション)	42
	付録 B.1コイルと座標系	46

表目次

3.1	各物質のパラメータ	16
5.1	event の 1 例	28
5.2	崩壊点での μ 粒子の比	31
5.3	μ 粒子の寿命	33
5.4	上下 Asymmetry の解析結果	37
5.5	左右の Asymmetry の解析結果	40
	付録 A.1 シンチレータの電圧対応表	45

1 目的と概要

宇宙線中に含まれる μ 粒子のスピンは偏極しており、崩壊により偏極した方向に多く電子を放出する。この性質からラーモア歳差運動の周期を測定し μ 粒子の磁気能率を求め、理論値と比較する。この論文では実験原理、コイルを加えた実験装置の設計、データ解析について述べる。また、本実験は去年から引き続き行われているものなので、過去のデータ解析の結果も用いて実験を行っている。

μ 粒子の磁気能率の理論値はディラック方程式から $g = 2$ と予測される。また、標準模型の範囲内で QED、QCDなどを考慮すると g 因子の値は 2.0023318361 で不確かさは 0.0000000010 であると予測される。また、実験としてはブルックヘブン国立研究所などで非常に精密な測定が行われており、 g 因子の測定値は 2.0023318414 で不確かさは 0.0000000012 である。 g 因子の 2 からのずれは異常磁気能率とよばれ、この理論値と測定値の違いには標準模型をこえた物理が影響している可能性が提唱されている。例えば、もし超対称性粒子が存在するならば Fig.1.1 のような反応が起こりえて g 因子の値に補正を加える。Fig.1.1 は μ 粒子のループを表しておりニュートラリーノとスミューオンのループ、チャージーノと μ 粒子のスニュートリノのループがある。

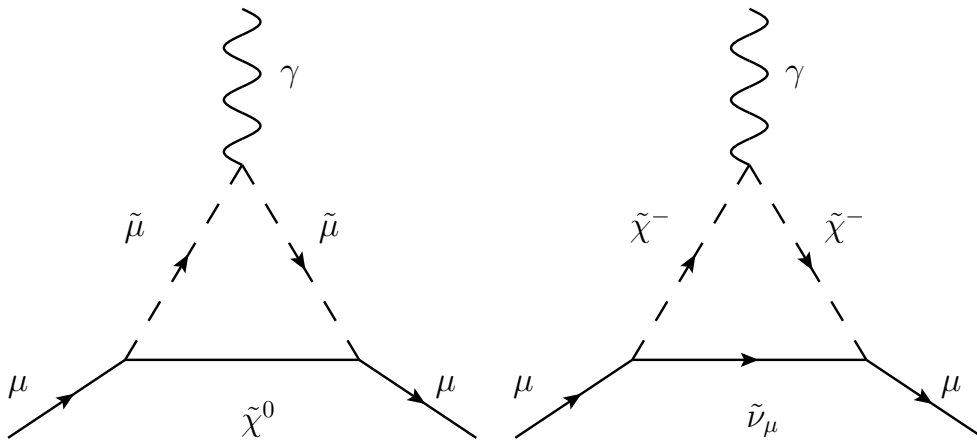


Fig.1.1 SUSY が存在するときの μ 粒子のループ

本実験では異常磁気能率を観測できるほどの精度は得られないので、ディラック方程式に従い μ 粒子の磁気能率が $g = 2$ となることの確認を目的とする。

2 実験の理論的背景

2.1 μ 粒子の磁気モーメント

ここでは、 μ 粒子の磁気モーメントを導出する。まず z 方向に一様な磁場 $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ を考えると、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は $\nabla \times \mathbf{A} = (0, 0, B)$ より

$$\mathbf{A} = \left(-\frac{y}{2}, \frac{x}{2}, 0 \right) \mathbf{B} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} \quad (\mathbf{r} = (x, y, z)) \quad (2.1)$$

と表される。電磁場中のディラック方程式は

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = (\boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + \beta m + e\phi) \Psi \quad (2.2)$$

となる。 $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ を式 (2.2) に代入して

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\varphi \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\chi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi \\ -\chi \end{pmatrix} m + e\phi \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \quad \left(\Psi \equiv \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \right) \quad (2.3)$$

相対論的波動関数 $\Psi = e^{-ipx}$ を非相対論的な条件 $|p| \ll m$ をとれば

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ \chi_0 \end{pmatrix} \exp(-imt) \quad (2.4)$$

とでき、式 (2.3) に代入すると最終的に

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ \chi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\varphi_0 \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\chi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \chi_0 \end{pmatrix} m + e\phi \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ \chi_0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

となる。ここで、非相対論的近似 $\left| i \frac{\partial \chi_0}{\partial t} \right| \ll |m\chi_0|, |e\phi\chi_0| \ll |m\chi_0|$ を用いて

$$\chi_0 \approx \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\varphi_0}{2m}$$

よって式 (2.5) は

$$i \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \frac{\varphi_0}{2m} + e\phi \varphi_0 \quad (2.6)$$

となる。パウリの $\boldsymbol{\sigma}$ 行列に関する関係式 $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{X})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{Y}) = \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{X} \times \mathbf{Y})$ より式 (2.6) は右辺第一項を整理すると

$$i \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} = (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 \varphi_0 - e\boldsymbol{\sigma} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) \varphi_0 + e\phi \varphi_0 = (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 \varphi_0 - e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \varphi_0 + e\phi \varphi_0 \quad (2.7)$$

となり、パウリ方程式

$$i \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} = \left(\frac{1}{2m} (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + e\phi - \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \right) \varphi_0 \quad (2.8)$$

が求まる。式 (2.8) の右辺 1 項目の因子を式 (2.1) の関係を使って展開すると

$$\begin{aligned} (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 &= \mathbf{p}^2 - 2e\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + e^2 \mathbf{A}^2 \approx \mathbf{p}^2 - 2e\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \\ &= \mathbf{p}^2 - 2e\mathbf{p} \cdot \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} = \mathbf{p}^2 - e\mathbf{p} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{r} \\ &= \mathbf{p}^2 - e\mathbf{B} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{p}^2 - e\mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \end{aligned}$$

ここで、 e の2次以上の項を微小量として無視し、 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \times \mathbf{A}$ 、 $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ を用いた。
よって方程式 (2.8) は次のように近似される。

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\varphi_0}{\partial t} &= \left(\frac{1}{2m}(\mathbf{p}^2 - e\mathbf{B} \cdot \mathbf{L}) + e\phi - \frac{e}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \right) \varphi_0 \\ &= \left(\frac{1}{2m}(\mathbf{p}^2) - \frac{e}{2m}\mathbf{B} \cdot \mathbf{L} + e\phi - \frac{e}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \right) \varphi_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

ここでスピン演算子 $\mathbf{s} \equiv \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}$ より、方程式 (2.9) は

$$i\frac{\partial\varphi_0}{\partial t} = \left(\frac{1}{2m}(\mathbf{p}^2) - \frac{e}{2m}\mathbf{B} \cdot \mathbf{L} + e\phi - \frac{e}{m}\mathbf{s} \cdot \mathbf{B} \right) \varphi_0 \quad (2.10)$$

となり、右辺第2項に軌道角運動量、第4項にスピン角運動量による補正項がでてくる。

ボーア磁子 $\mu_B \equiv \frac{|e|\hbar}{2m}$ と定義されているので、スピン磁気能率は $\mu_s \equiv \frac{e}{2m}\hbar\sigma = \frac{e}{m}\hbar s = 2\mu_B s$ 、軌道角運動量 \mathbf{L} の磁気能率は $\mu_L \equiv \frac{e}{2m}\hbar\mathbf{L} = \mu_B\mathbf{L}$ と考えられる。よって全磁気能率 $\boldsymbol{\mu}$ は

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_L + \boldsymbol{\mu}_s = \frac{e}{2m}\hbar\mathbf{L} + \frac{e}{m}\hbar\mathbf{s} \equiv g_L\mu_B\mathbf{L} + g\mu_B\mathbf{s} \quad (2.11)$$

ここで g 因子を導入した ($g_L = 1$ 、 $g = 2$ と求まる)。

μ 粒子は $\hbar/2$ のスピンを持つ荷電粒子であるので、その磁気モーメントは式 (2.11) より

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{ge}{2m_\mu}\mathbf{s} \quad (2.12)$$

と表される。

2.2 ラーモア歳差運動

式 (2.12) で求めた μ 粒子の磁気モーメントは磁場 \mathbf{B} 中に置かれると、ラーモア歳差運動を行い磁場の向きを軸としてスピンの回転する。磁場中における磁気モーメントのハミルトニアン \mathcal{H} は

$$\mathcal{H} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\frac{\gamma B \hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

と書けてその固有状態は

$$\begin{aligned} \chi_+ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{with} & E_+ = -\frac{\gamma B \hbar}{2} \\ \chi_- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{with} & E_- = \frac{\gamma B \hbar}{2} \end{aligned}$$

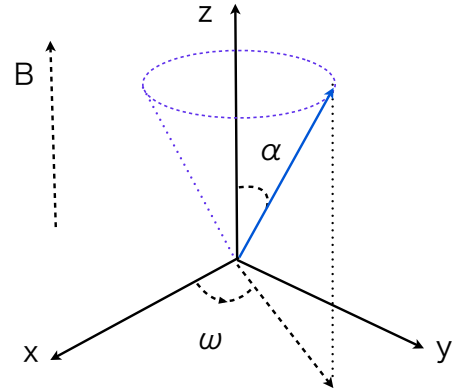


Fig.2.1 ラーモア歳差運動の略図

となる。ただし、 $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ とし $\gamma = -\frac{ge}{2m_\mu}$ とおいた。これより、シュレディンガー方程式 $i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = \mathcal{H}\chi$ の一般解は

$$\chi(t) = a \chi_+ e^{\frac{iE_+ t}{\hbar}} + b \chi_- e^{\frac{iE_- t}{\hbar}} = \begin{pmatrix} a e^{\frac{i\gamma B}{2} t} \\ b e^{-\frac{i\gamma B}{2} t} \end{pmatrix}$$

(a, b は初期条件による定数で $|a|^2 + |b|^2 = 1$) ここで $a = \cos \frac{\alpha}{2}$, $b = \sin \frac{\alpha}{2}$ とおくと

$$\chi(t) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \cdot e^{\frac{i\gamma B}{2} t} \\ \sin \frac{\alpha}{2} \cdot e^{-\frac{i\gamma B}{2} t} \end{pmatrix}$$

これよりスピンの期待値を計算すると

$$\begin{aligned} \langle S_x \rangle &= \langle \chi(t) | S_x | \chi(t) \rangle = \frac{\hbar}{2} \sin \alpha \cos(\gamma B t) \\ \langle S_y \rangle &= \langle \chi(t) | S_y | \chi(t) \rangle = \frac{\hbar}{2} \sin \alpha \sin(\gamma B t) \\ \langle S_z \rangle &= \langle \chi(t) | S_z | \chi(t) \rangle = \frac{\hbar}{2} \cos \alpha \end{aligned}$$

となる。これは、スピンの期待値 $\langle \mathbf{S} \rangle$ が z 方向から α 傾いていて回転することを示しており、その回転の角振動数 ω は

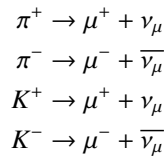
$$\omega = \frac{geB}{2m_\mu} \quad (2.13)$$

となる。

文献値より $e = 1.602 \times 10^{-19} C$, $m_\mu = 105.6 \text{ MeV}/c^2$ とわかっており B の値は実験で調節できるので、 ω を測定することで g が求まる。本実験では、観測された μ 粒子のスピンの角振動数から式 (2.13) を用いて g 値を測定する。また測定された g 値と先にて述べた理論値 $g=2$ を比較する。

2.3 μ 粒子の偏極

宇宙空間を飛び交う放射線は一次宇宙線とよばれ、その大部分が陽子である。この陽子が地球に降り注ぎ大気中の原子核と相互作用して π 中間子や K 中間子などを作り出す。このうち π^\pm 粒子や K^\pm 粒子が以下のように崩壊し μ^\pm 粒子を生成する。



これら一次宇宙線によって生成される粒子は二次宇宙線と呼ばれ地表付近ではほとんどが μ 粒子である。また、この二次宇宙線中での μ^+ 粒子と μ^- 粒子の比は 1.28 : 1 ということが実験からわかっている。ここで μ^+ 粒子のほうが多くなるのは生成元が陽子であることに由来する。

今、 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ の崩壊を静止系で考えると運動量と角運動量の法則から Fig.2.3 のような崩壊が要請され、 μ^+ 粒子のスピンは運動方向と逆向きに 100% 偏極していることがわかる。しかし実験系ではこの崩壊が

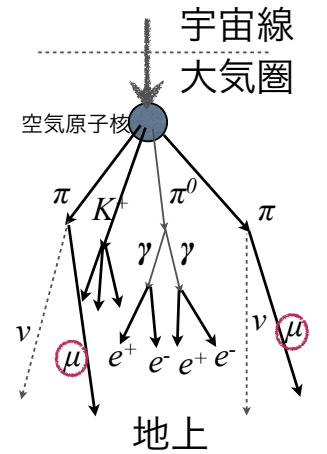


Fig.2.2 宇宙線

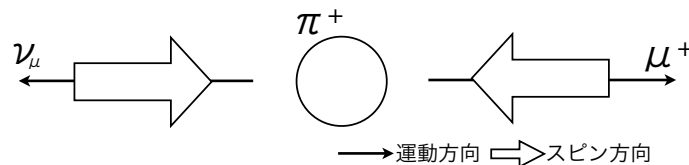


Fig.2.3 π^+ 粒子の崩壊

ローレンツブーストされる。ローレンツブーストされると μ^+ 粒子は運動方向に引っ張られ、崩壊方向によっては Fig.2.4 のように μ^+ 粒子のスピンの方向が反転する。Fig.2.4 の様にローレンツブーストによって 100% 偏極が崩れる。

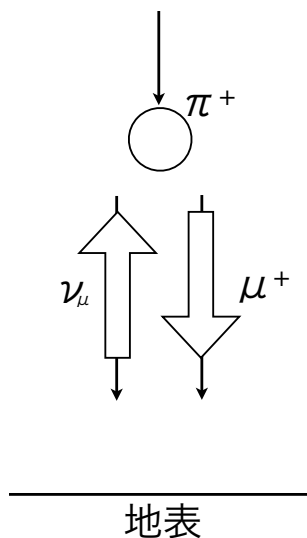


Fig.2.4 ローレンツブースト

- π 粒子の静止系において崩壊は等方的なので、 μ 粒子の偏極度は π 粒子のエネルギースペクトルによって決定される。
- 宇宙線中の π 粒子のエネルギースペクトルは

$$\pi(\gamma) = \pi_0 \gamma^{-\alpha} d\gamma \quad (\alpha : 2.6 \sim 2.7, \gamma = E_\pi / M_\pi) \quad (2.14)$$

でかけ、低エネルギー側が多いことがわかっている。

- 本実験で観測する μ 粒子のエネルギーを 1 GeV 付近とすると、1GeV より高いエネルギーの π 粒子由来の μ 粒子と 1GeV より低いエネルギーのものにわけることができる。
- 1GeV より高いエネルギーの π 粒子から放出される μ 粒子はスピン方向が反転していると考えられる。
- したがって低エネルギーの π 粒子が多く存在することから μ^+ 粒子は上向き、 μ^- 粒子は下向きに偏極していることがわかる。

さらに、物質中での振る舞いの違いから、 μ^+ 粒子と μ^- 粒子の偏極に差ができる。

- μ^+ 粒子の場合

物質中の電子を捕まえてミュオニウムを形成するものと、形成せずにエネルギーを徐々に失っていくものがある。このうち、ミュオニウムを形成するものは、物質中の偏極を持たない電子と結合するために減偏極する場合がある。しかし、原子核が電子を捕える力に比べて μ^+ 粒子が電子を捕える力は小さいので、このミュオニウムを形成する反応はほとんどおきない。よって μ^+ 粒子の減偏極は小さく無視できる程度である。

- μ^- 粒子の場合

物質中の原子核に捕獲され崩壊するものとそのまま原子核に吸収されるものがある。原子核に吸収される μ^- 粒子は陽子と反応し、その後荷電粒子を放出しないので観測できない。また、崩壊する μ^- 粒子も原子軌道の基底状態に落ちていく過程でスピン 1 を持つ γ を放出するので減偏極する。したがって μ^- 粒子はほとんど偏極していないとみなすことができる。

本実験では偏極がある μ^+ 粒子のみを観測対象とする。以上のことより μ^+ 粒子の偏極度 P_0 は

$$P_0 \approx \frac{1}{3}\alpha\beta\beta^* \quad \left(\beta = \frac{P}{E}, \beta^* = \frac{P^*}{E^*} \right)$$

で表される。ただし、進行方向と同じ向きにスピンが偏極したものを正と定義した。ここで E, P は実験室系での μ^+ 粒子のエネルギーと運動量、 E^*, P^* は π^+ 粒子の静止系での μ^+ 粒子のエネルギーと運動量である。 $\alpha = 2.7$ 、 $\beta \approx 1$ 、 $\beta^* = 0.271$ として計算すると、 $P_0 = -0.24$ となる。また、 K^+ 粒子の崩壊によって生じる μ^+ 粒子があることや、地表に到達するまでのクーロン散乱を考慮すると偏極度 P_0 の予想値は $P_0 = -0.26$ となる。

2.4 μ 粒子の崩壊様式

μ^+ 粒子の寿命は 2197nsec であることがわかっており、崩壊のほぼ 100 %は

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$$

が占めている。

この崩壊で放出される e^+ のエネルギー・角度分布は $V - A$ 理論から

$$R(\theta, \epsilon) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} 2\epsilon^2 [3 - 2\epsilon - (1 - 2\epsilon) \cos \theta] d\epsilon \sin \theta d\theta \quad (2.15)$$

(θ は μ^+ 粒子のスピンドirectionと e^+ の運動方向のなす角、 ϵ は e^+ の運動エネルギー/ e^+ の運動エネルギーの最大値) と表される。

ここで θ 成分について $0 \sim \pi$ まで積分すると、

$$R(\epsilon) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} 2\epsilon^2 (3 - 2\epsilon) d\epsilon \quad (2.16)$$

となるので、エネルギーの分布は Fig.2.5 の様になる。

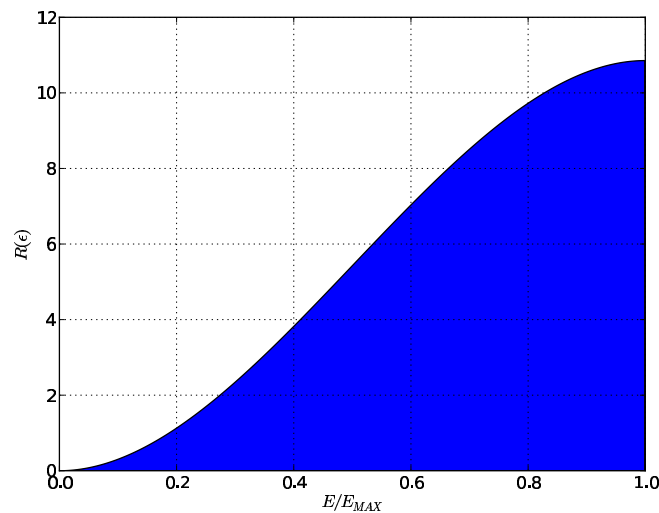


Fig.2.5 e^+ のエネルギー分布

したがって、この崩壊での e^+ の運動量は最大値である約 53MeV(μ^+ 粒子の静止質量の半分) 付近により多く分布する。

e^+ の運動量が最大値をとるとき、 μ^+ 粒子の崩壊での e^+ と μ^+ 粒子の方向はスピン保存則から Fig.2.6 のように表される。また、Fig.2.7 のような崩壊は禁止されている。

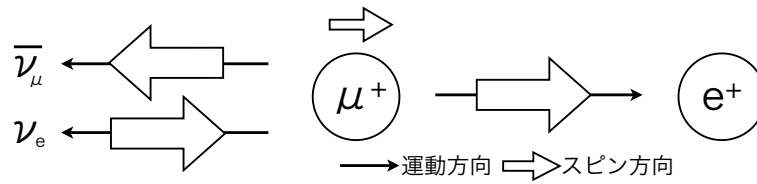


Fig.2.6 μ^+ 粒子の崩壊

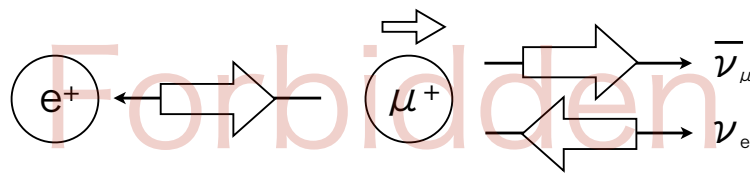


Fig.2.7 μ^+ 粒子の崩壊 (Forbidden)

弱い相互作用において粒子はカイラリティー左巻き (反粒子はカイラリティー右巻き) をもち、粒子が光速だとカイラリティーはヘリシティーに一致する。 μ^+ 粒子の崩壊の場合、 μ^+ 粒子の静止質量に比べて ν や e^+ の静止質量が小さいので放出される粒子はほぼ光速になる。このことから、Fig.4.2 のような e^+ のヘリシティーが左巻きになるような反応は起こらない。

以上のことから、 e^+ はほぼ μ^+ 粒子のスピン方向に放出され、 $\epsilon = 1$ のときの e^+ の角度分布は (2.16) のようになる。

$$R(\theta, 1) = \frac{G_f^2 m_\mu^5}{96\pi^3} (1 + \cos \theta) \sin \theta d\theta \quad (2.17)$$

3 実験装置

本実験では磁場中の μ 粒子の歳差運動の振動数から g 値を決定する。また歳差運動の振動数を求めるため、前述の理論的背景から以下の性質を用いる。

- 観測対象は宇宙線 μ^+ 粒子のみとする。
⇒ μ^- 粒子は減偏極で偏極度はほぼ0になり Asymmetry が見えないため。
- 観測する μ^+ 粒子の運動方向は下向きのみとする。
- μ^+ 粒子のスピンは偏極しており、粒子の運動方向と反対向きのスピンを持ちやすい。
- μ^+ 粒子が崩壊するときに生成された電子は、崩壊前の μ^+ 粒子のスピンの方向に出る。
- μ 粒子は一定の磁場中で常に同じ周期で歳差運動する。

これらの性質を考慮し、 μ 粒子とその崩壊による電子を検出するためにプラスチックシンチレーターと光電子増倍管 (PMT) を用いた。また μ 粒子を装置内で静止させるためにアルミ板を用いた。アルミ板を選んだのは、安価であり、磁化しにくく、加工しやすいといった理由のためである。

μ 粒子の静止位置や電子の射出方向を把握できるようにこれらを Fig.3.1 の様に水平方向に交互に積み上げ、特に上下の崩壊信号を観測しやすい構造にした。

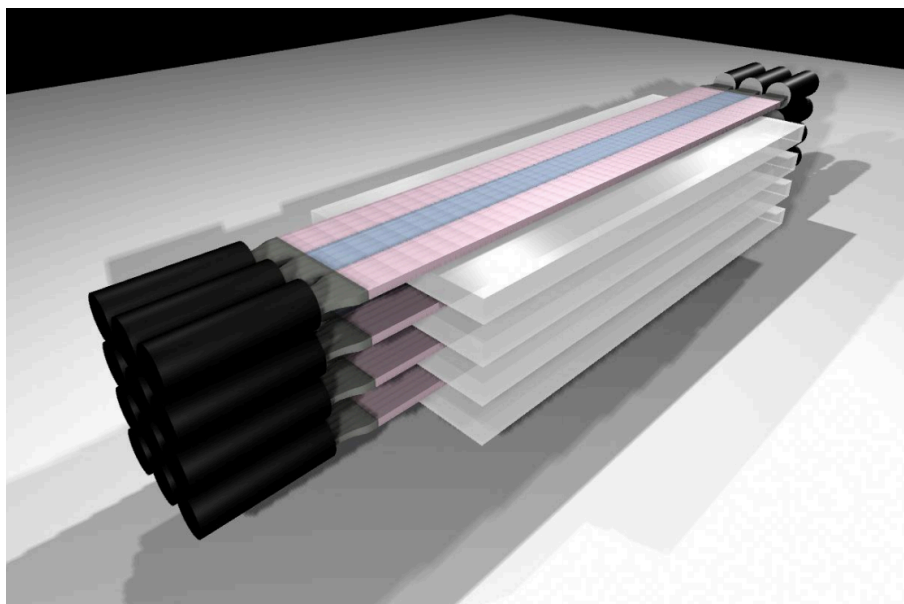


Fig.3.1 アルミ板とシンチレータの配置略図

さらにこれら検出部分の上方には、2本の trigger 用シンチレーターを設置する。シンチレータとアルミ板の位置関係を次の Fig.3.2 に示す。

また一定磁場を水平方向にかけるため検出部をコイルで覆う。trigger 条件、コイルの詳細については後述する。

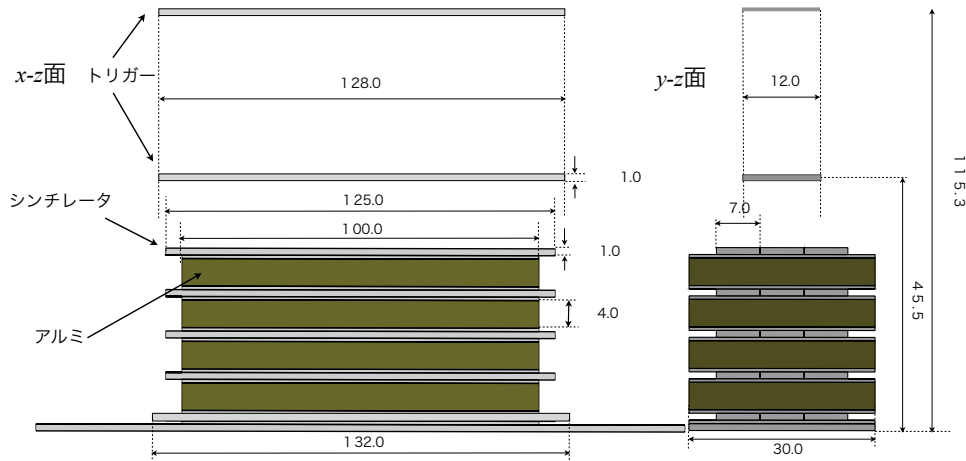


Fig.3.2 単位は cm。x-z 平面ではアルミ板とシンチレータ (5 層) を交互に積み重ねた。y-z 平面ではシンチレータを横方向に 3 枚並べている。

3.1 装置内での μ 粒子崩壊数の見積もり

実験装置内で静止し、崩壊する μ 粒子のフラックスを考えた。物質中を通過する荷電粒子のエネルギーロスは、Bethe-Bloch の公式 (3.2)

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi Z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{n}{m_e v^2} \left(\ln \frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right) \quad n: \text{電子数密度} \frac{Z\rho}{A} \quad (3.1)$$

$$= 4\pi n \frac{(\alpha\hbar c Z)^2}{m_e c^2} \left(\frac{1}{\beta^2} \ln \frac{2m_e c^2}{I} (1-\gamma^2) - 1 \right) \quad \alpha: \text{微細構造定数} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (3.2)$$

から求めることができる。

今回の我々の実験室は、Fig.3.3 の様に、自然科学研究塔 3 号館、8 階建ての建物の 3 階に位置する。 μ 粒子はコンクリート 6 層を通過し、実験室に到達すると仮定した。また実験装置の検出部分には、アルミニウム、シンチレータを用いている。つまり装置内で静止する μ 粒子は、コンクリート、アルミニウム、シンチレータの 3 つの物質中をを通過する。

装置内で静止する μ 粒子の運動量は、

- コンクリート 6 層
- トリガーシンチレータ 2 枚
- 検出用シンチレータ 5 枚
- アルミニウム 4 枚

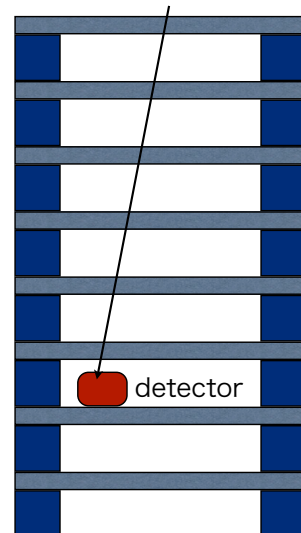


Fig.3.3 実験装置の位置

を通過できる最小の運動量の範囲であり、0.01 cm 刻みで Bethe-Bloch の公式に Table.3.1 の数値を代入すると、829 MeV/c となった。用いた各物質のパラメータは以下の Table.3.1 の値に示す。

	大きさ	Z (原子番号)	A (質量数)	ρ (密度)
コンクリート	30 cm × 6 層	11.3 (平均)	23.2 g/mol	2.3 g/cm ³
アルミニウム	4 cm × 4 層	13	27 g/mol	2.7 g/cm ³
シンチレータ	1 cm × 7 枚	6	12 g/mol	1.03 g/cm ³

Table.3.1 各物質のパラメータ

文献値より、0.8 ~ 2.0 GeV/c の運動量をもつ μ 粒子は

$$(2.57 \pm 0.29) \times 10^{-4} [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}(\text{GeV}/c)^{-1}] \quad (3.3)$$

(エネルギースペクトルはフラットであると仮定) の頻度で降り注いでいる。したがって、今回の実験装置 (天頂角 : 0.31[sr]、上面 : 12 cm × 128 cm) では、捕獲可能な μ 粒子はおよそ 0.15 Hz (一日あたりおよそ 13,000 個) の頻度で降り注いでいることがわかった。

3.2 シンチレータ、光電子増倍管

本実験では Fig.3.2 のように 3 種類の大きさのプラスチックシンチレータを用いた。

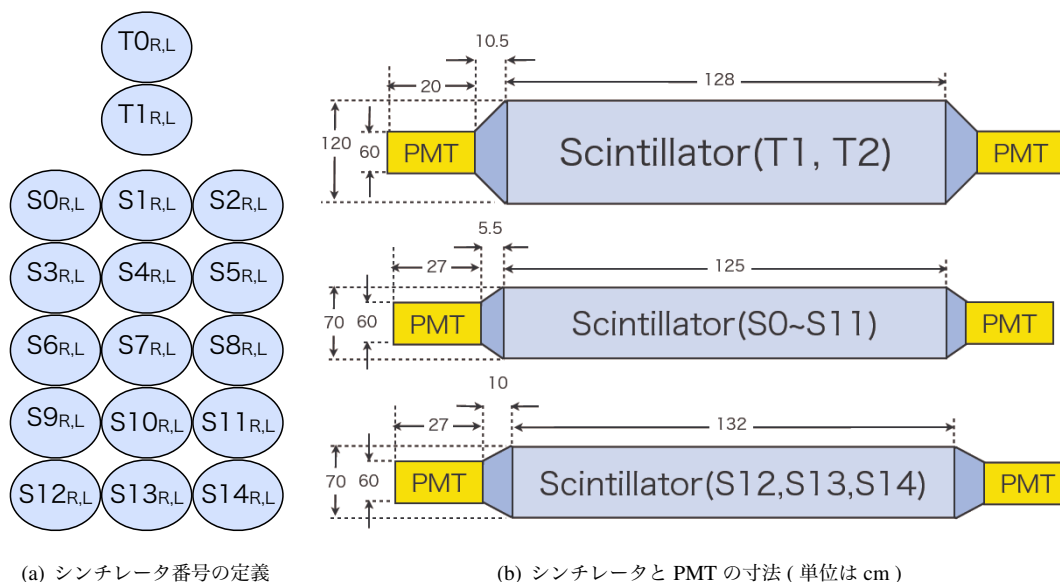


Fig.3.4 本実験で用いたシンチレータ

Fig.3.4(a) だが、R,L という添字はシンチレータの左右 (R と L) の読み出しという意味である。この左右の信号はコインシデンスを取られるので、左右合わせた信号を添字をとって T0, T1, S0~S14 とする。

プラスチックシンチレータの特徴として、

- 形状加工がしやすい。
- 応答が nsec のオーダーでありシグナルの立ち上がり、立ち下がりとも非常に良い。
⇒ 時間情報について分解能良い。

がある。本実験では trigger 用、検出用にこれを用いる。

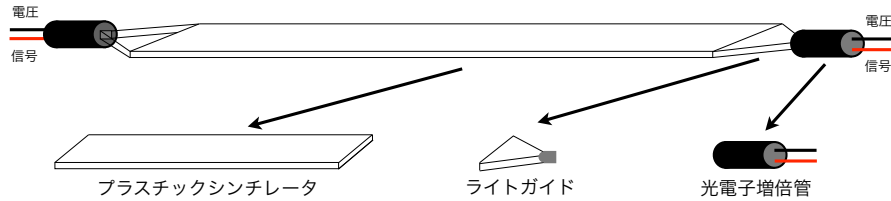


Fig.3.5 シンチレータ、ライトガイド、PMT

プラスチックシンチレータに荷電粒子が通過すると、シンチレータ物質中の電子と電気的に相互作用して一時的に電子を励起させる。そしてこの電子が基底状態に戻る時にシンチレーション光を出す。この光がライトガイドを通して光電子増倍管に入射する。

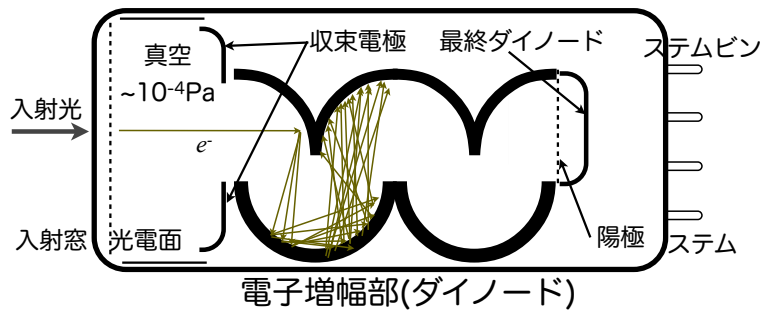


Fig.3.6 PMT 動作原理の概念図

光電子増倍管に入射した光は入射窓を通過し光電面に当たる。光電面に光が当たると光電効果により金属内部の電子が飛び出し、その電子は強い電場により加速されて1段目のダイオードに衝突する。ダイオードに衝突した電子は加速で得たエネルギーを使いダイオード内で次々と二次電子を生じさせる。二次電子もさらに電場により加速され、次の段のダイノードに衝突し新たな二次電子群を発生させる。これを繰り返し、最後まで到達した電子が電流として外部に読み出される。

3.3 シンチレータからの信号の読み出し

データの μ 粒子がシンチレータを通り、両側の PMT を通じて信号がパルス信号として送られる。この信号はまずディスクリミネータに入る、そして1つのシンチレータの両側の信号でまずコインシデンスを取られる。これが1つのシンチレータからの信号として扱われる。この信号を trigger 条件等に用いる。各機器についての説明は以下のとおり。

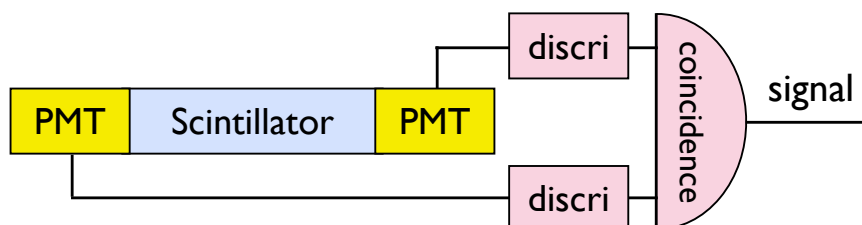


Fig.3.7 粒子の信号の概念図

- ディスクリミネータ 波高分別器、アナログ入力信号がある閾値 (threshold) 以上の場合に論理信号を出力。
- コインシデンス 複数の入力論理信号が同時にある場合、ある論理信号を出力。
- ゲートジェネレータ 入力論理信号について設定した遅延時間 (delay) や幅 (width) をもつ論理信号を出力。

3.4 trigger 条件

本実験では Fig.3.8 の様にアルミ板で μ 粒子を静止させ、その崩壊電子を観測するため trigger 条件もその崩壊を効率よく観測できるものとする必要がある。

具体的には、検出用シンチレータ S12, S13, S14 からの信号の反転の OR と上部の trigger シンチレータ T1, T2 からの信号と AND を取ったものである

$$T1 \cdot T2 \cdot \overline{(S12 + S13 + S14)} \quad (3.4)$$

を trigger 信号と定義する。これを Stop 信号にして TMC に送る。

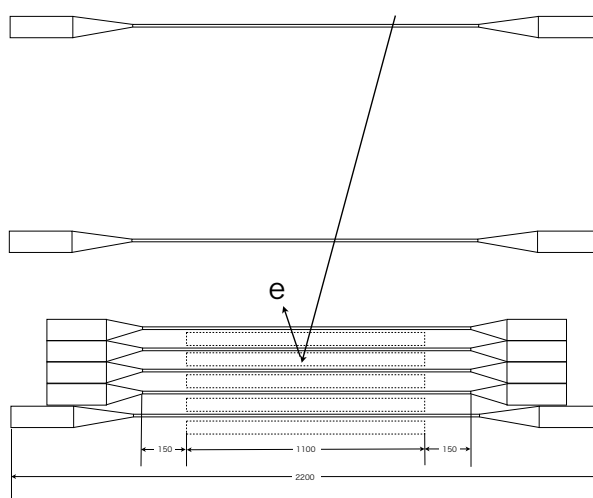


Fig.3.8 trigger 条件を満たす event の例

3.5 データの流れ

本実験の μ 粒子の通過からの信号の流れを Fig.3.9 に示す。

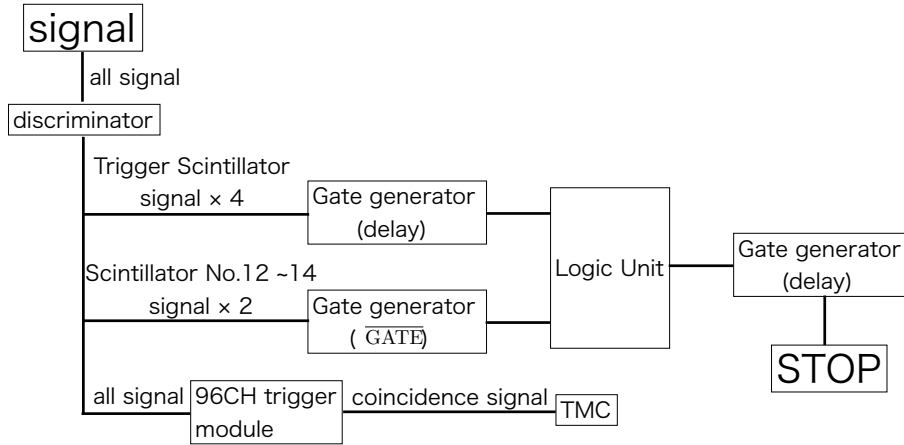


Fig.3.9 データの流れの概念図

すべての信号はディスクリミネータを通り、シンチレータの両側でコインシデンスをとられる。そして、trigger シンチレータと検出用シンチレータの最下層の3つ (CH No. 12, 13, 14) が trigger 信号として利用されるため Gate generator によりそれぞれ delay と論理反転を施される。この後2つの信号が Logic Unit で1つの trigger 信号として Stop 信号に利用される。それとは別に TMC に送られ Stop 信号を受け取り Linux PC に送られる。

3.5.1 データ収集システム

本実験ではデータ収集システムに TMC を用いた。その概念図が Fig.3.10 である。

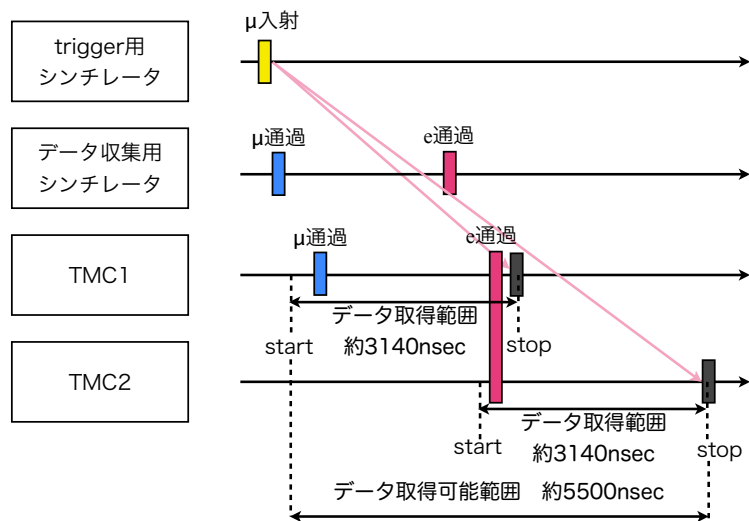


Fig.3.10 データ収集システムの概念図

まず μ 粒子が trigger 用シンチレータを通過し、その情報が trigger signal となる、これに約 3140 nsec の delay をかけたものが stop 信号となる。この stop 信号から約 3200 nsec さかのぼって TMC のメモリから時間情報を出力する。ここで各検出用シンチレータの ch について μ 粒子の通過信号に 60 nsec の余裕を持たせた。1 つの TMC モジュールでは最大でも約 3200 nsec しか崩壊信号を捕らえることができないので今回は 2 つの TMC を用いた。具体的には TMC1 と TMC2 の stop 信号について delay をかけ、ある共通部分の幅 (約 2400 ~ 2600 nsec の範囲) を持たせることで約 3200 nsec 以上の信号も捕らえることにした。これにより、最大で約 5500 nsec (μ^+ 粒子の全崩壊数の 90%) まで崩壊信号が観測できるようになった。

3.5.2 TMC

Time Memory Cell の略で、高エネルギー物理学実験用に KEK で開発された 32ch の VME モジュールの TDC(Time to Digital Converter) のひとつである。時間分解能は約 250 psec で、最大約 3200 nsec までの時間情報をデジタル信号に変換することが可能で、また最小カウントは 0.78 nsec/bit である。

3.5.3 信号の timing

今回のデータ収集システムで得られる信号のうち、 μ 粒子の通過だと思われる信号の timing を調べてみた。その結果が Fig.3.11 である。

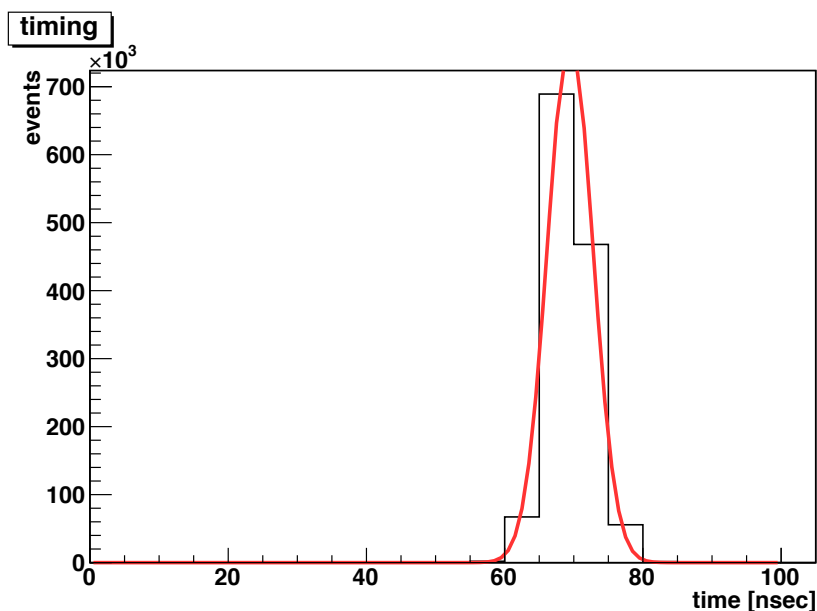


Fig.3.11 μ 粒子通過信号の timing

赤線はガウス分布で Fitting を行ったものである。

$$\text{Fit}(t) = \text{const.} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.5)$$

$\mu = 69.5 \pm 0.003$ nsec, $\sigma = 3.3 \pm 0.0023$ nsec と求められた。以上のことから、平均値から 3σ (99.73%) までとった 82 nsec 以降の信号を μ 粒子の崩壊による信号だと決定した。

3.6 コイル

本実験では歳差運動をさせる必要がある。そのためコイルを用いて磁場を発生させた。Fig.3.12 が実験装置とコイルの配置である。座標軸はコイルの並びの向きを x 軸、 x 軸に垂直な水平方向の向きを y 軸、鉛直方向を z 軸と定義した。

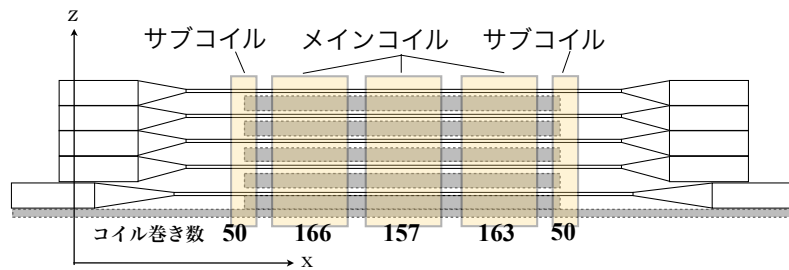


Fig.3.12 実験装置概観

コイルの材質は銅線を用いた。これは抵抗率が低く、非磁性体であり、柔軟で扱いやすいためである。コイルは太さ 1.6mm の銅線を四角形筒状アクリルに巻いたものを使用した。コイルの作成は実際に手で巻いて行ったので巻き数に違いがある。

検出器全体に磁場が発生するように装置をコイルで覆った。組み立てやすさを考慮してメインコイルを3つに分け磁場の均一性をはかるためにサブコイルを配置した。コイルの大きさは Fig.3.13 である。

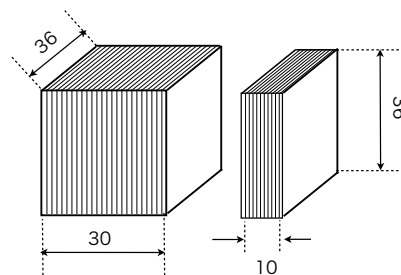


Fig.3.13 コイルの寸法。単位は cm

実際の実験装置には磁場シールドとしてシンチレータの PMT 周辺に軟鉄を組んでいる。PMT は磁場の影響を受けやすいので、正常に動作させるために軟鉄に磁場を集中させ、PMT への影響を抑えるために設置した。

3.7 磁場

ラーモア歳差運動が観測できるよう本実験に必要な磁場を求める。 μ 粒子は崩壊し、時間経過により指数関数的に減少する。よって磁場の強さを μ 粒子の平均寿命 2197nsec の間に 1 周期分以上歳差運動するように設定した。そのためには振動数 ω を

$$\omega \geq \frac{1}{2197 \times 10^{-9}} \approx 4.55 \times 10^5 \text{ [Hz]} \quad (3.6)$$

とすればよい。前述の式 (2.13) より、B について求めると

$$B \geq \frac{2m_{\mu}\omega}{ge} \approx 3.35 \times 10^{-3} \text{ [T]} \quad (3.7)$$

となった。本実験での電流の値はメインコイル、サブコイルそれぞれ 8.0A, 10.0A とした。

この条件での磁場計算を Fig.3.14(a)、Fig.3.15(a) に、また磁場を実際に計測したものを Fig.3.14(b)、Fig.3.15(b) に示す。

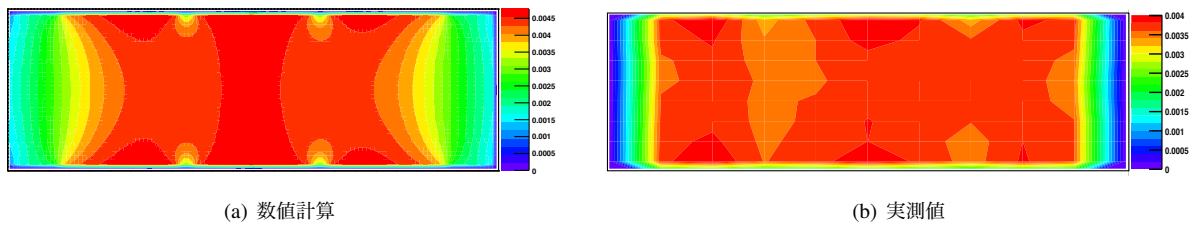


Fig.3.14 $x-z$ 平面における B_x の値のヒストグラム

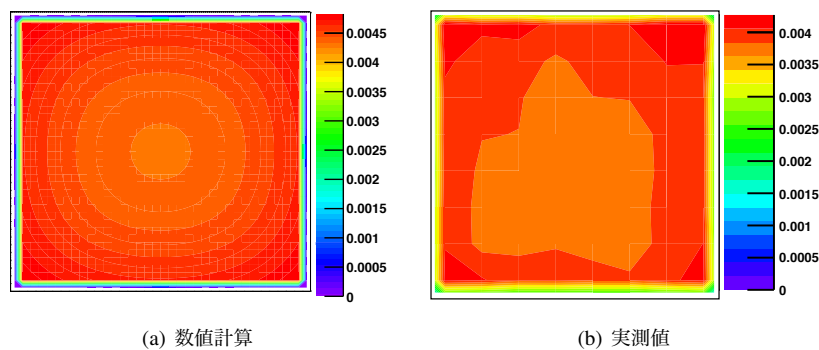


Fig.3.15 $y-z$ 平面における B_x の値のヒストグラム

さらに実測値と計算値の比較を Fig.3.16 に示す。3つあるメインコイルのうち、中央のメインコイルの中心を含む yz 平面における磁場の実測値/計算値の値を示す。黒点は計測地点を表し、枠で囲った領域が実験装置の有感領域である。

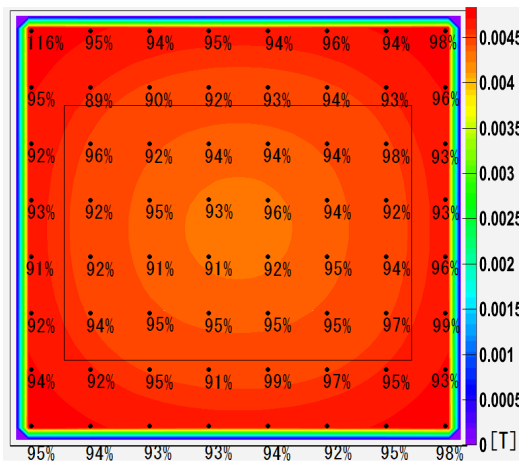


Fig.3.16 実測値と計算値との比較

計算値と実測値を比べると実測値が全体的に低くずれている。これはコイルに用いた銅線がたわんでいること、銅線の巻かれている様子が平行かつ一様ではないこと、そしてメインコイル3つとサブコイル2つの並べ方が厳密には一直線になっていないことがあげられる。

g 値を求めるには磁場の値を決める必要があるが、磁場は一様ではないのでシミュレーションにより磁場の値を求める。磁場は位置に依存しているのでシミュレーションにより μ 粒子を降らし、 μ 粒子が崩壊した位置から磁場を計算する。この磁場の平均をとり、g 値を求めるための磁場を決定する。

Fig.3.17 がシミュレーションにより得られたヒストグラムである。

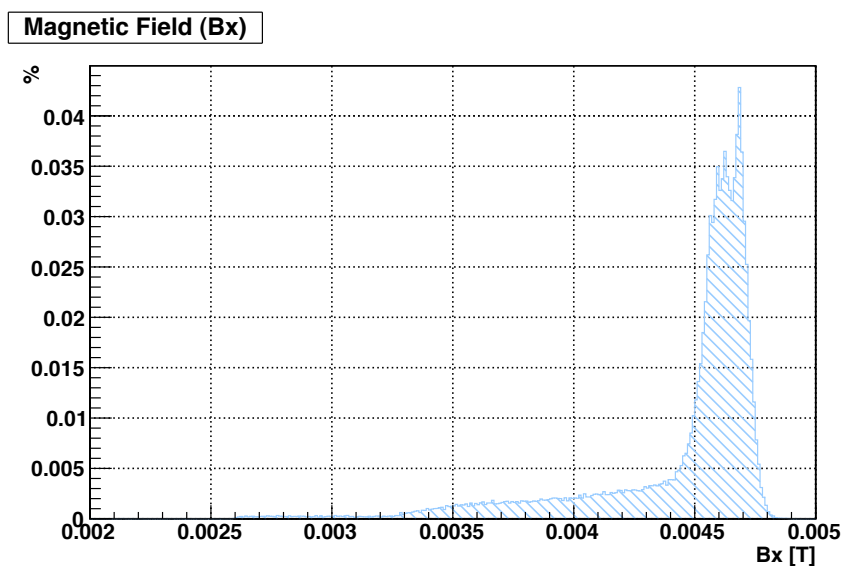


Fig.3.17 止まった位置での磁場 B_x のヒストグラム

横軸は崩壊点の x 軸方向の磁場、縦軸はイベント数/総イベント数 (%) である。これにより μ 粒子が崩壊した点での磁場の平均値は 4.4mT となった。この値に実測値と計算値の誤差を実験装置の有感領域の磁場の比較した値より 6%、シミュレーションによる誤差を 3% とし ± 0.4 mT の誤差をつけた。

4 シミュレーション

4.1 Geant4 について

本実験では Geant4 を用いたモンテカルロシミュレーションを行い、実際のデータからは読み取れない様々な値を決定している。モンテカルロとは、乱数を用いた統計を何度も行うことにより近似解を求める手法である。ここでは Geant4 について簡単に説明する。

4.2 Geant4 とは

Geant4 とは素粒子が物質中で起こす複雑な振る舞いや反応を正確にシミュレーションするソフトウェアのことで、物理プロセスや検出器の構造、データ生成や保存、視覚化などの多くのツールキットから構成されている。Geant4 のシミュレーション構築として主に以下の3つが挙げられる。

- Detector Constructor (物理環境、有感部分)
ここでは測定器を定義する。測定器の形状、物質情報、他の測定器との相対位置情報、電磁場の分布情報を決定する。今回はトリガーシンチレータ、シンチレータ、アルミニウム、コイル、サブコイルを実験と同じように配置させる。また粒子を観測する部分としてトリガーシンチレータ、シンチレータ、アルミニウムを有感部分とする。
- Physics List (粒子の種類、物理相互作用、生成粒子)
シミュレーションで扱う粒子を定義する。本実験では μ^+, μ^- の崩壊反応を観測するので、入射粒子は μ^+ と μ^- 、物理相互作用は電磁相互作用と弱い相互作用、生成粒子は $e^+, e^-, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_e$ となる。
- Primary Generation (粒子の種類、位置、方向、運動エネルギー)
有感部分を通った粒子の種類、位置、方向、運動エネルギーの情報を取り出す。

次に、シミュレーションで定義した粒子はどのように相互作用しながら進むか説明する。まず、Step の概念について説明する。

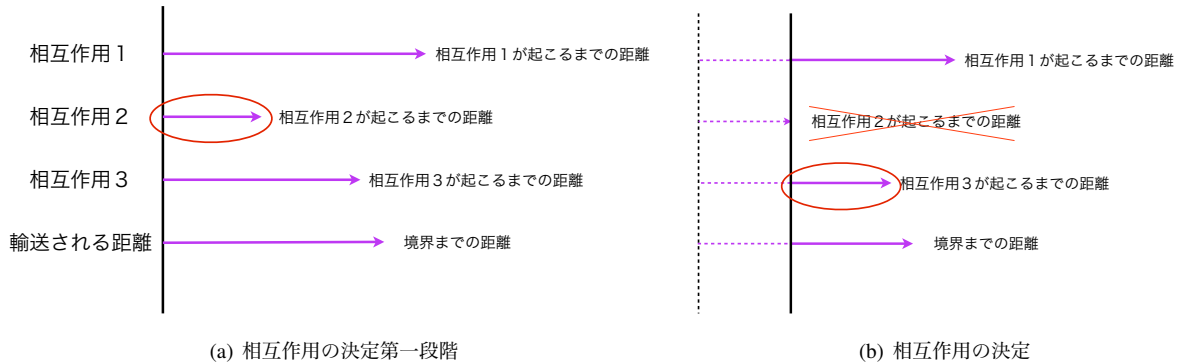


Fig.4.1 相互作用の概念図

- 最初に乱数を用いて相互作用が起こるまでの距離を決定する。
- 粒子が現在いる場所の物質を考慮してこの距離を実際の距離に変換する。
- 距離が最小である相互作用が起こりその距離だけ粒子は輸送される。
- 輸送後にすべての作用から輸送した距離が減らされる。

二次粒子が生成された場合、輸送する距離が設定したしきい値よりも小さいならば輸送は行われぬ。輸送されない二次粒子のエネルギーは生成された位置でのエネルギーロスとして扱う。

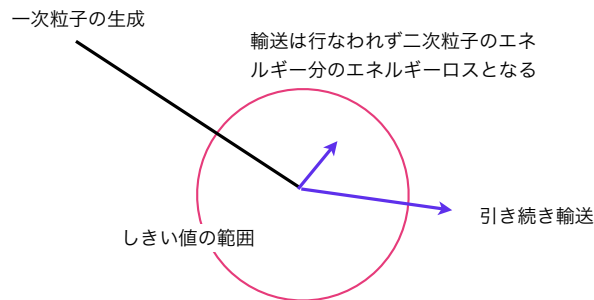


Fig.4.2 輸送の一例

このように粒子はエネルギーを失いながら輸送されていく。この過程は以下のいずれかの条件を満たすまで繰り返される。

- (1) 粒子の運動エネルギーが0になる
- (2) 相互作用により粒子が消滅する
- (3) 指定した空間の境界に到達する

この1過程を Step とする。Fig.4.2 のように、Step から Step へと粒子が輸送されていく。Geant4 では、有感部分での Step の情報を読み取りシミュレーションによる値とする。

4.3 本実験でのシミュレーション

本実験では次のようにパラメータを設定した。

- 宇宙線の生成比を $\mu^+ : \mu^- = 1.28 : 1.00$ とした。
- 宇宙線は天頂角分布が $\cos^2\theta$ に比例すると仮定。
- μ^+, μ^- 粒子の偏極度は $P_{\mu^+} = -1, P_{\mu^-} = +1$ とした。
 - このことで実際の偏極度を実データとの比較で見積もられるようにした。
- 宇宙線のエネルギー分布は入射粒子が実験装置に到達した時点で $75 \sim 200\text{MeV}$ の範囲で一様分布していると仮定。

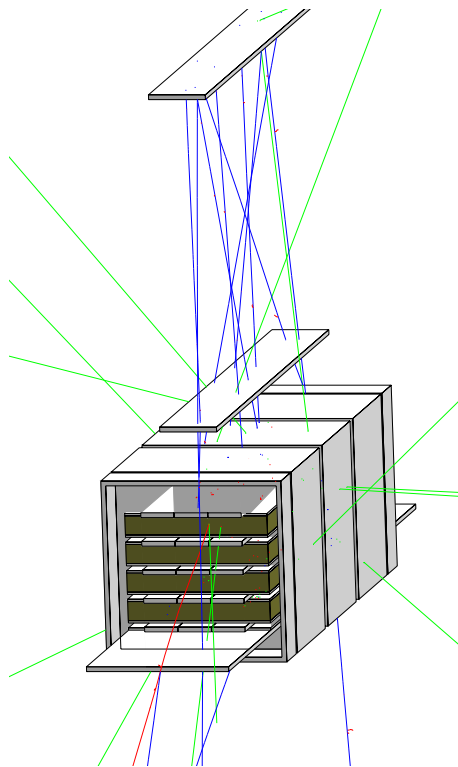


Fig.4.3 Event Display の一例

青線が μ 粒子、緑線がニュートリノ、赤線が電子、陽電子である。10 event を重ねて描画してある。今回、解析に用いたシミュレーションデータはイベント数が 1,000,000 回 trigger がかったものである。本実験の解析ではこのセットアップで行ったシミュレーションの結果を用いた。

5 解析

5.1 崩壊の様子

はじめに、本実験での装置において μ^+ 粒子がラーモア歳差運動と崩壊によってどのように振舞うかを Fig.5.1 を用いて説明する。

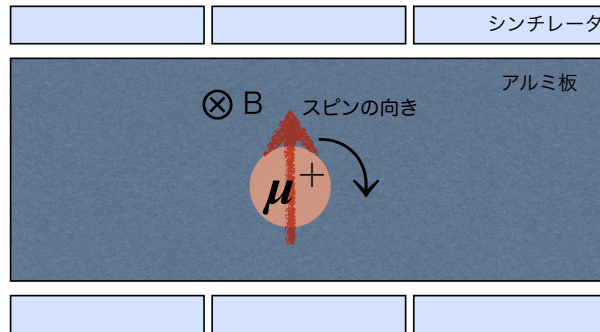


Fig.5.1 μ^+ 粒子の崩壊の様子

前述の μ^+ 粒子のスピンは上向きに偏極している。その後磁場によるラーモア歳差運動を行い、 μ^+ 粒子のスピンは Fig.5.1 の矢印の方向に回転する。そして崩壊により μ^+ 粒子のスピンの方向に e^+ が放出される。

予想される振動について述べる。まず μ 粒子の崩壊によって電子が上向きに放出されたイベントを N_U 、下向きに放出されたイベントを N_D とする。 N_U と N_D は時間経過で崩壊により指数関数的に減少する。また歳差運動により増加と減少を繰り返すので Fig.5.2 の様なヒストグラムが予想される。

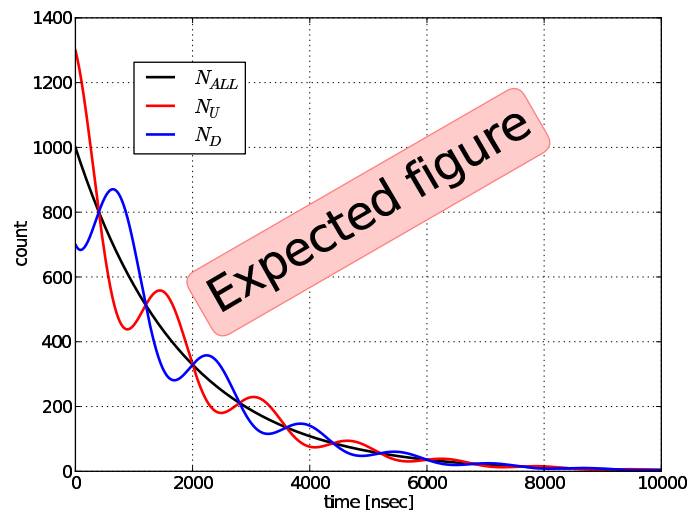


Fig.5.2 予想される $N_{ALL}, N_{UP}, N_{DOWN}$

Fig.5.2 の縦軸はイベント数、横軸が時間である。 N_U が time が 0 nsec 付近で多い理由は μ^+ 粒子のスピンは上向きに偏極しており、静止後まもなく崩壊したものは磁場による歳差運動を受けずに陽電子を放出するからである。 N_D は逆の理由で time が 0 nsec 付近において少なくなる。

5.2 止まった位置

μ 粒子の Asymmetry を見るにはシンチレータの信号から μ 粒子がどの位置で止まり、どの方向に飛び出すかを判断する必要がある。

以下のイベントのデータを例にとり、解析方法を説明する。

	ch	step	column	time [nsec]
崩壊前	1	1	1	70.625
	4	2	1	69.065
	7	3	1	70.670
崩壊後	7	3	1	733.125
	5	2	2	737.75

Table.5.1 event の 1 例

TMC から受け取るデータには

ch, step column, time

という項目がある。ch, step column の概略を Fig.5.3 に示す。ch はシンチレータごとの番号を 0 ~14 までで表している。step と column は鉛直方向と水平方向においてシンチレータをグループに分け、番号を振ったものである。time はトリガー条件を満たしてから時間を記録している。

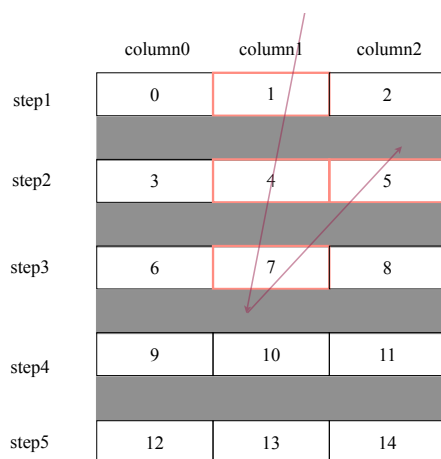


Fig.5.3 ある event の再構成の一例

データの解析は time がある値 (threshold time) 以前での信号を崩壊前の信号と仮定し、それ以降のものを崩壊後の信号と区別する。今回の解析では timing の評価から、82 nsec を threshold time として解析を行った。

止まった位置は、崩壊前の信号から最下層にあるシンチレータの下のアルミの層と考える。崩壊後の粒子が飛び出す方向は止まった位置と崩壊の信号を出したシンチレータの位置により決めることができる。よって粒子の軌道は Fig.5.3 のようになると考えられる。このようにして μ 粒子の寿命、上下左右の Asymmetry を測定する。

5.3 シミュレーションへの反映

本実験は神戸大学自然科学3号館で行われた。この建物は8階建てであり実験装置はその3階に設置されている。ゆえに本実験で検出される μ 粒子は建物に使用されているコンクリート6層を通過したものだと考えられる。この μ 粒子の傾向をシミュレーションに反映させるため止まった位置についてシンチレータのstep,columnについて解析を行った。実データを用いたヒストグラムをFig.5.4(a),Fig.5.4(b)に示す。

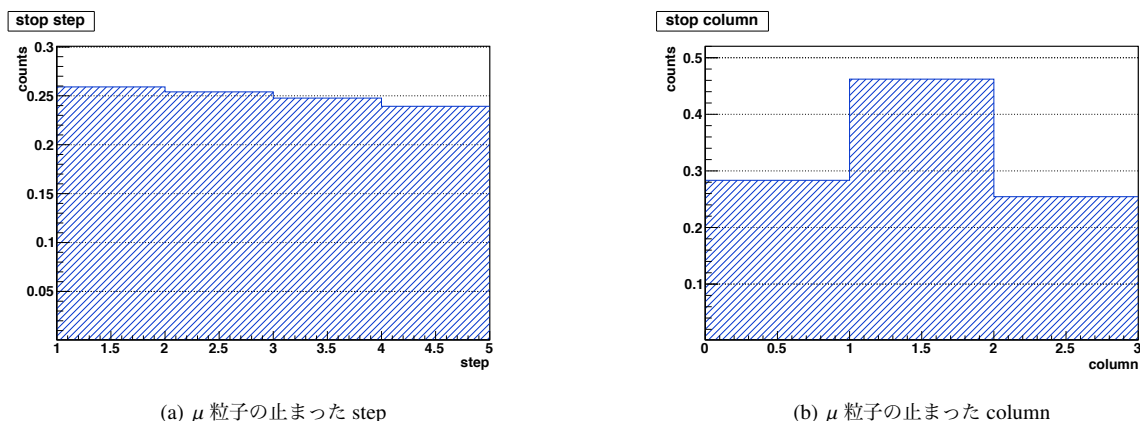


Fig.5.4 μ 粒子の止まった位置 (実データ)

横軸はそれぞれ step,column の番号で、縦軸はともにイベント数である。step は上から何段目のシンチレータに止まったかを表しているため、Fig.5.4(a) を見ると μ 粒子は一番上の段の層で止まる事が多く、下の層になるにつれて少なくなっている。column は3つ並べたシンチレータのうち中央、左右どのシンチレータで止まったかを表し、Fig.5.4(b) を見ると μ 粒子は実験装置の中央で一番多く止まっている。これはトリガーシンチレータが実験装置の中央に配置されているからだと考えられる。また左右で止まったイベント数が違うのは実験装置が角部屋に設置されており、 μ 粒子の入射角度によって貫くコンクリートの長さが異なるためエネルギーに角度依存がついてしまったためだと推測される。

この傾向をシミュレーションに反映させる。step については μ 粒子の入射エネルギーを変化させ、column においては μ 粒子の入射の天頂角を調整しできるだけシミュレーションを実データに近づけた。

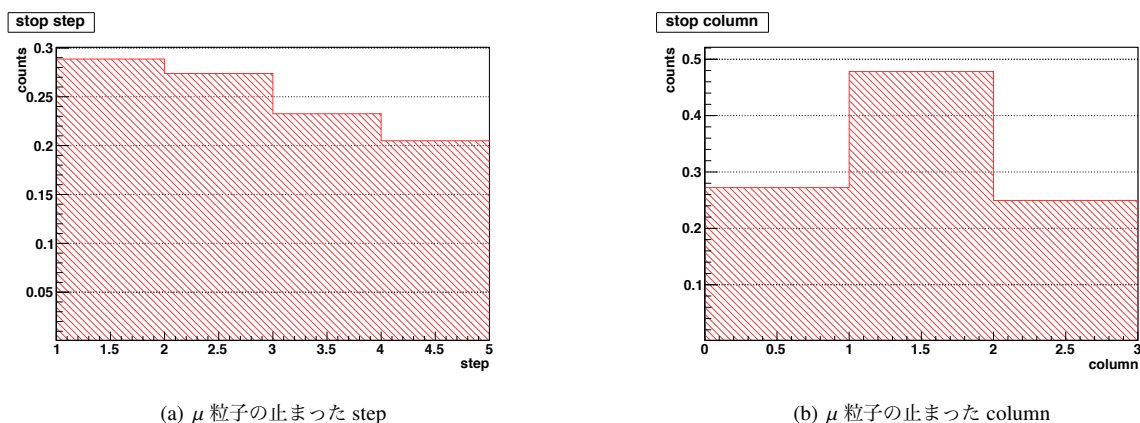


Fig.5.5 μ 粒子の止まった位置 (シミュレーション)

めだと推測される。さらなる正確性を求めるなら、実験装置が設置されている位置を正確に定めて角度によって3号館のコンクリートを通過する際のエネルギー損失を正確にシミュレーションに組み込む必要があった。

5.4 μ 粒子の寿命の解析

μ 粒子は弱い相互作用によって崩壊する。まず μ 粒子が N_0 個あったとすると、時刻 t までで崩壊した粒子の個数 $N(t)$ は N_0 が十分大きいとして

$$N(t) = N_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5.1)$$

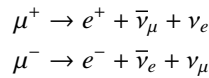
と表される。ここで、粒子の個数がはじめの値 N_0 の $\frac{1}{e}$ となる時刻、つまり上式 (5.1) の定数 τ を粒子の寿命という。式 (5.1) の両辺を時間 t で微分すると

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{N_0}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (5.2)$$

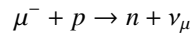
となる。式 (5.2) は、単位時間に崩壊する粒子はその時点で残っている粒子の数に比例することを表している。よって時刻 t において崩壊する粒子の個数を N_{decay} とすると、

$$N_{\text{decay}}(t) = \frac{N_0}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (5.3)$$

となる。物質中の μ 粒子の崩壊反応は、



となりさらに、 μ^- 粒子は負電荷を持つため、物質中で原子核捕獲され



のような反応も起こす。このため、 μ^- 粒子の寿命は μ^+ 粒子よりも短くなる。

ここで μ^+ が原子核捕獲されないのは、弱い相互作用よりも電磁相互作用の力の及ぶ範囲が広いためと考えられる。つまり、 μ^+ 粒子が原子核捕獲の起こす範囲内に入る前に原子核中の陽子と正電荷どうして反発し合い遠ざかってしまう。

今回観測されたデータも、この寿命の違いを考慮して解析しなければならない。まずアルミ中で捕獲する μ^- 粒子を μ_{Al}^- 、シンチレータ中で捕獲する μ^- 粒子を μ_{Sci}^- と定義し、 μ^+ 粒子についてはアルミ中、シンチレータ中での寿命の違いを今回の実験で確認することは精度が足りず出来ないため、どちらも等しく μ^+ と定義し、3つの崩壊反応を区別する。Geant4 によるシミュレーションから、それぞれ崩壊の割合を求めた。

	アルミ	シンチレータ	合計
μ^+ 粒子	60.5%	12.2%	72.7% = A_{μ^+}
μ^- 粒子	18.4% = $A_{\mu_{\text{Al}}^-}$	8.9% = $A_{\mu_{\text{Sci}}^-}$	27.3%

Table.5.2 崩壊点での μ 粒子の比

μ_{Al}^- , μ_{Sci}^- , μ^+ の寿命をそれぞれ τ_{Al} , τ_{Sci} , τ_+ 、それぞれの崩壊の割合を $A_{\mu_{\text{Al}}^-}$, $A_{\mu_{\text{Sci}}^-}$, A_{μ^+} として原子核捕獲も含めた3つの崩壊過程を持つ μ 粒子について考える。 μ^- 粒子についてはアルミ中とシンチレータ中で崩壊す

るものに分けることができるので、 μ^- 粒子の崩壊数でそれぞれ τ_{Al}/τ_- 、 τ_{Sci}/τ_- をかけて、式 (5.3) は

$$\begin{aligned}
 N_{decay}(t) &= N_0 \left[\frac{A_{\mu^+}}{\tau_+} e^{-t/\tau_+} + \frac{A_{\mu_{Al}}}{\tau_{Al}} \frac{\tau_{Al}}{\tau_-} e^{-t/\tau_{Al}} + \frac{A_{\mu_{Sci}}}{\tau_{Sci}} \frac{\tau_{Sci}}{\tau_-} e^{-t/\tau_{Sci}} \right] \\
 &= N_0 \left[\frac{A_{\mu^+}}{\tau_+} e^{-t/\tau_+} + \frac{A_{\mu_{Al}}}{\tau_-} e^{-t/\tau_{Al}} + \frac{A_{\mu_{Sci}}}{\tau_-} e^{-t/\tau_{Sci}} \right] \\
 &\simeq \frac{N_0}{\tau_+} \left[A_{\mu^+} e^{-t/\tau_+} + A_{\mu_{Al}} e^{-t/\tau_{Al}} + A_{\mu_{Sci}} e^{-t/\tau_{Sci}} \right] \tag{5.4}
 \end{aligned}$$

となる。ここで、最右辺では真空中での μ^+ 、 μ^- 粒子の寿命はほぼ 2197 nsec に等しいことから近似している。

この式 (5.4) を用いて横軸に実験で観測された μ 粒子の崩壊までの時間、縦軸にイベント数としたグラフに Fitting すれば、寿命 τ を求めることができる。しかし寿命 τ を求めるにあたって、一度の Fitting で3つの寿命 τ_+ 、 τ_{Al} 、 τ_{Sci} を求めることは難しいので Fitting を工夫する。

- まず $t > 2197$ nsec の範囲では μ^- 粒子の影響は少ないと考えて τ_+ から求める。 $t > 2197$ nsec の範囲で

$$N_{decay}(t) = \frac{N_0}{\tau_+} e^{-t/\tau_+}$$

の式で Fitting すると N_0, τ_+ が決定される。

- 次に求めた N_0, τ_+ を式 (5.4) に代入すると τ_{Al} と τ_{Sci} だけが変数として残り、全範囲において2回目の Fitting を式 (5.4) を用いて行うことにより τ_{Al} と τ_{Sci} が決定される。

今回、寿命の解析に用いたデータは

- Total time 約 1200 時間 (約 50 日間)
- Total event 約 240 万 event
 - 崩壊観測数 61774 event (0.014 Hz)

である。Fig.5.6 に崩壊信号 (e^\pm) の出た時間から threshold time を引いたもののヒストグラムを示す。

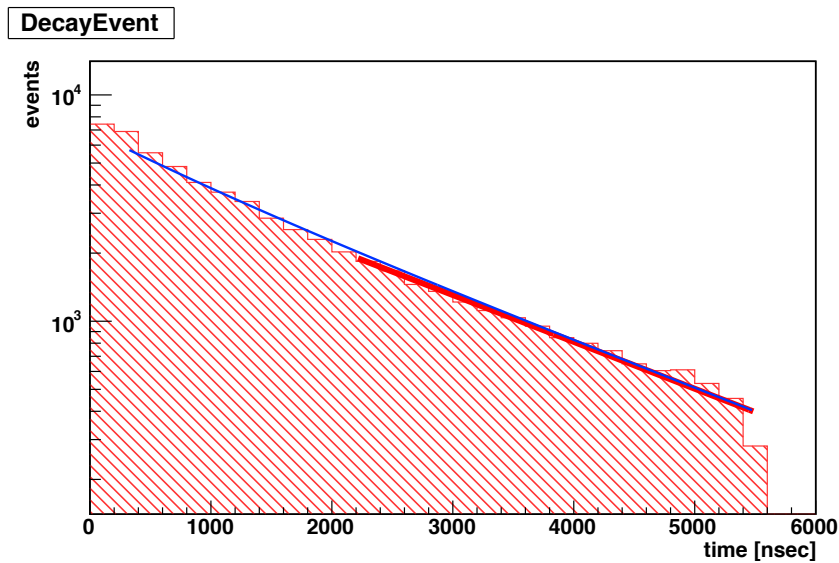


Fig.5.6 寿命のヒストグラムの Fitting

縦軸が崩壊イベント数 (log スケール)、横軸時間 t [nsec] である。赤い線での Fitting が始めの Fitting で、青い線が 2 回目の Fitting を表す。

	観測値	文献値
τ_+	2098 ± 37 nsec	2197 nsec
τ_{Al}	893 ± 46 nsec	880nsec
τ_{Sci}	893 ± 82 nsec	2030 nsec

Table.5.3 μ 粒子の寿命

結果は Table.5.4 の様になった。ここで τ_+ の値が若干違っている理由として、 μ^- 粒子の影響が 2197 nsec 以降でも残っていることが考えられる。また τ_{Sci} の値が大きく異なっているのは μ_{Sci}^- の崩壊信号が少ないためだと考えられる。しかし、 τ_+ と τ_{Al} の値は良く一致しており本実験は正しい μ 粒子の崩壊を観測できていると確認できた。

5.5 上下 Asymmetry

5.5.1 崩壊方向の定義

寿命の解析に続いて上下方向の Asymmetry の解析を行った。上下方向への解析を行うにあたって、TMC からのデータから崩壊陽電子の崩壊の方向を判定する必要がある。今回は SAME、UP、DOWN と 3 つに分ける。その概念図が Fig.5.7 である。

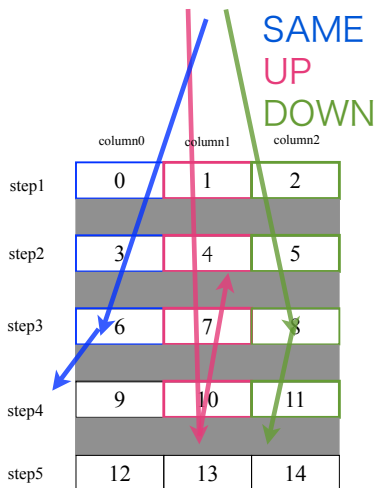


Fig.5.7 崩壊方向の解析の概念図

まず、信号はその時間情報により崩壊の前後に分けられる。この崩壊前の信号のうち最下層の step を $STEP_{before}$ とし、崩壊後の信号のうち $STEP_{before}$ から最も遠い step を $STEP_{after}$ とする。これを用いて、

$$STEP_{after} - STEP_{before} \begin{cases} > 0 & \text{DOWN} \\ = 0 & \text{SAME} \\ < 0 & \text{UP} \end{cases} \quad (5.5)$$

と SAME、UP、DOWN と定義する。

例えば赤線の event ならば、 $STEP_{before}$ が step4 になり、 $STEP_{after}$ が step3 となるため、 $3 - 4 < 0$ なので UP の event と判断される。しかし、青線の SMAE の event についてはさらに分類する必要がある。

5.5.2 SAME の event について

SAME の event は次の Fig.5.8 の様に 3 つの場合に分けられる。

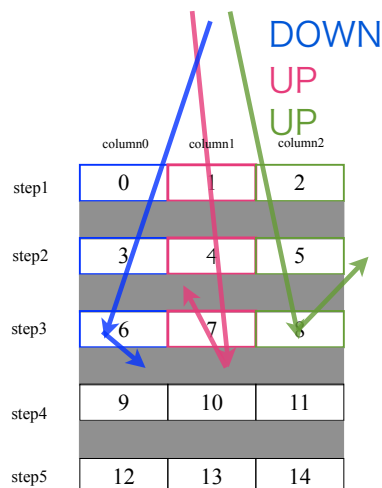


Fig.5.8 崩壊方向の解析の概念図 (SAME)

まず赤線の event だが、これは $STEP_{before}$ のシンチレータのすぐ下のアルミ板で静止し、そこから上方向に崩壊陽電子を放出し $STEP_{before}$ と同じシンチレータで信号を出してから、そのすぐ上のアルミ板で静止するという event である。

次に青線と緑線であるが、通常ほとんどの μ 粒子はアルミ板中で静止する。しかし中にはシンチレータ中で静止するものもある。この様な μ 粒子は上下のどちらに崩壊しようとも静止したそのシンチレータで信号を出す。そのような μ 粒子がさらにアルミ板を突き抜けず上下どちらのシンチレータで信号を出さないとき、このような event は SAME と判定される。

本実験ではこの3つの SAME と判定された崩壊の方向を区別することは原理的には出来ない。したがって、これらを正確に UP もしくは DOWN の event に区別するため、Geant4 シミュレーションの結果を用いることにした。具体的には SAME event の3つでそれぞれ比を求め、その比を用いて SAME event を UP と DOWN に加えた。この比の具体的な値は SAME の信号のうち、83.9% が UP、16.1% が DOWN の event であった。この補正値を用いて実データを補正し解析を行った。

5.5.3 実データについて

今回、解析に用いたデータは以下の通りである。

- Total time 約 435 時間
- Total event 約 88 万 event
 - UP の崩壊観測数 (補正後) $N_U = 11,285$ event (Fig.5.9(a))
 - DOWN の崩壊観測数 (補正後) $N_D = 11,604$ event (Fig.5.9(b))

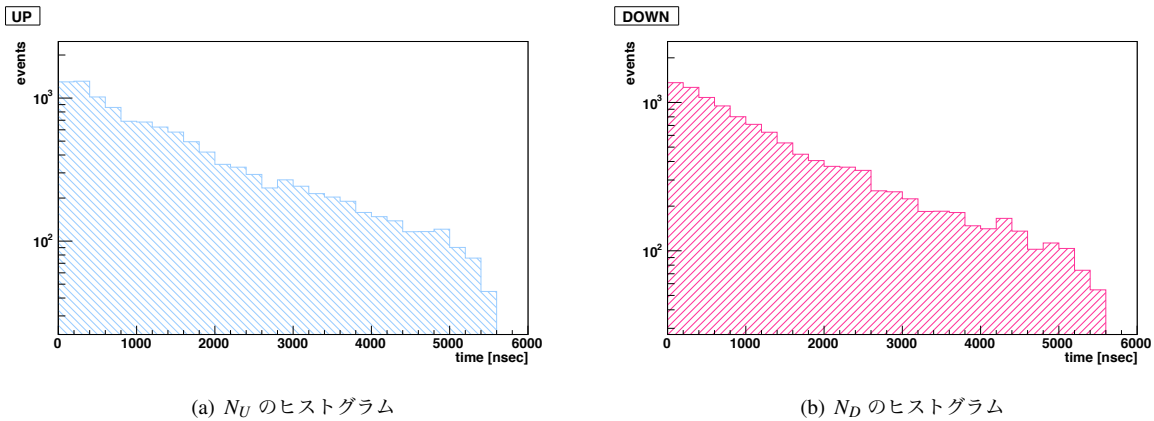


Fig.5.9 N_U, N_D のヒストグラム

N_U と N_D でほぼ同じ形をしておりそれぞれで同じ解析が出来ていると判断できる。

またこれらが崩壊信号で歳差運動しているはずなので、それを確認する必要がある。そのために $N_U + N_D$ 、 $N_U - N_D$ を見てみた。そのヒストグラムが次の Fig.5.10(a) と Fig.5.10(b) である。

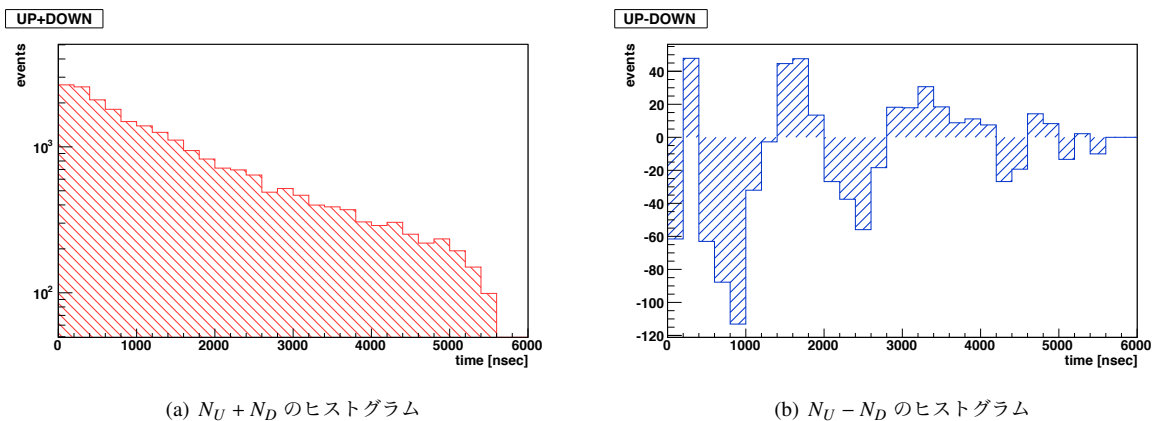


Fig.5.10 歳差運動の確認

まず、Fig.5.10(a) からだが、これは UP もしくは DOWN と判断できたものの崩壊後に出た信号の時間をヒストグラムにしたものである。縦軸が log スケールであることを考慮すると十分、線形性が見えており μ^+ 粒子の崩壊からの陽電子であると判断できる。

次に Fig.5.10(b) であるが、これは明らかに振動している。 N_U と N_D のそれぞれについて、 μ^+ 粒子のスピンの上方向に偏極していることから N_U は始めは多くなり次第に振動し、 N_D は逆に始めは少なくなり次第に多くなる様に振動することを表している。

したがって、Asymmetry は $\cos \omega t$ で Fitting すればいいことがわかる。次に、Asymmetry を見ていきたいと思う。

5.5.4 Asymmetry

振動数 ω や偏極度 P_0 の値を決定するために N_U と N_D の Asymmetry をとる、具体的には Asymmetry を

$$\text{Asymmetry} = \frac{N_U - N_D}{N_U + N_D} \quad (5.6)$$

と定義する。

実際に Asymmetry をとったヒストグラムは下の Fig.5.12 である。

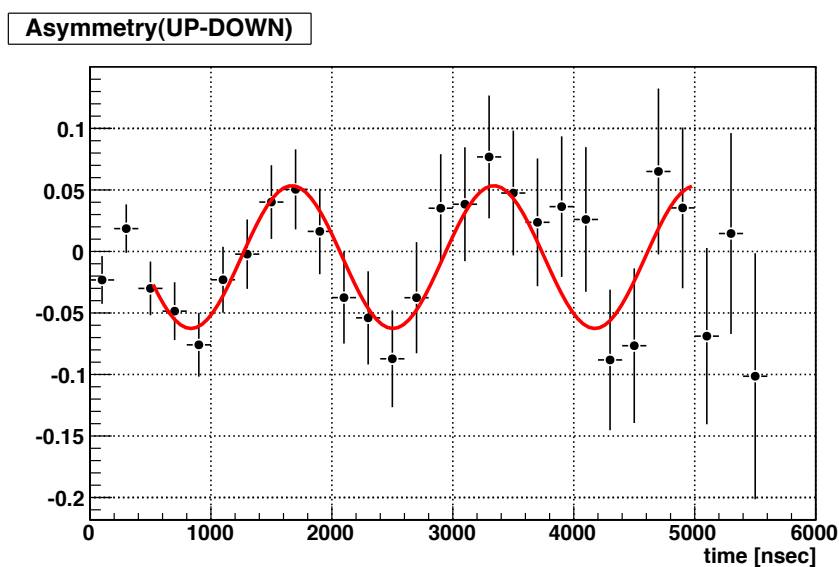


Fig.5.11 上下方向の Asymmetry (実データ)

また Fitting 関数は式 (5.8) で行った。

$$\text{Fit}(t) = \text{Amp} \cdot \cos \omega t + \text{offset} \quad (5.7)$$

(Amp : 振幅 ω : 振動数)

Fitting は χ^2 Fit を行った。

また同様の解析を Geant4 シミュレーションで得られたものにも行った。その結果が Fig.5.12 である。

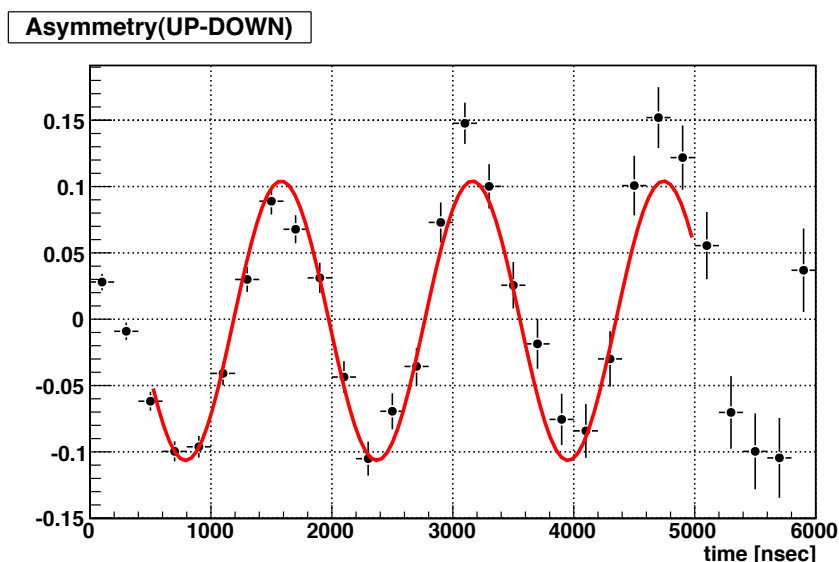


Fig.5.12 上下方向の Asymmetry (シミュレーション)

また実データと Geant4 での Fitting の結果を Table.5.4 に示す。Fitting が 3 ビン目から始まっている理由は、1 ビン目は入射粒子による信号が threshold time 以上の Event があり崩壊陽電子ばかりではないために本来の Amplitude より小さくなってしまいうためである。さらに、2 ビン目の time の範囲 (time \approx 250 nsec) に PMT のアフターパルスが乗りやすく正しく崩壊陽電子のみをみられていないためである。

	ω [MHz]	Amplitude	offset
実データ	3.76 ± 0.09	0.06 ± 0.01	-0.005 ± 0.008
シミュレーション	3.97 ± 0.02	0.11 ± 0.04	-0.001 ± 0.003

Table.5.4 上下 Asymmetry の解析結果

実データと Geant4 で Amplitude が大きく異なるのは、Geant4 において μ^+ 粒子の偏極度 $P_{\mu^+} = -1$ としたためと考えられる。しかし、この Amplitude の比をとることにおいて実際の μ^+ 粒子の偏極度がわかる。したがって、偏極度は -0.55 ± 0.25 と求まった。これは予想される偏極度 0.26 と異なる。

5.6 左右 Asymmetry

上下の Asymmetry だけでなく左右方向の崩壊についても Asymmetry を確認した。また、磁場の方向をかえた左右の Asymmetry をみることで磁場がきちんと反映されているかも確かめた。

5.6.1 通常磁場での左右の Asymmetry

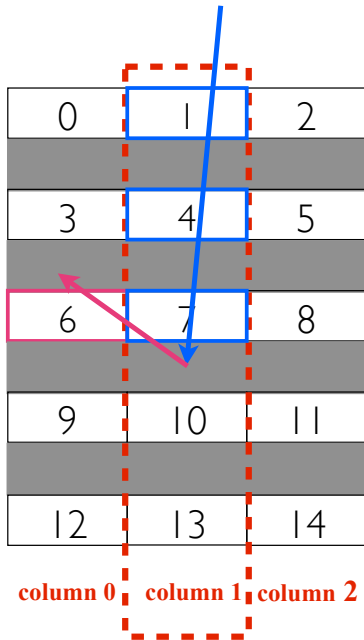


Fig.5.13 左右のカウント条件

左右方向の崩壊イベントのカウント条件を以下のように定義した。

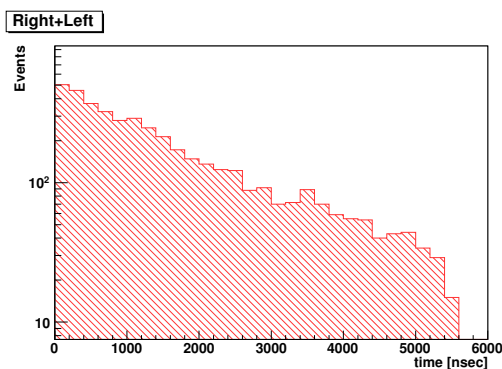
- 入射してきた μ 粒子の最後の信号が column 1
- 左向き崩壊のときは、崩壊後の信号が column 0 or 1 しかなく必ず一つは column 0 の信号がある。(右なら 1 or 2 しかなく、必ず 2 がある。)

この二つの条件を満たすイベントの中で、崩壊後の信号の time が一番早いものを崩壊の信号とした。左右の崩壊のイベント数をそれぞれ N_L 、 N_R とした。今回の解析には、

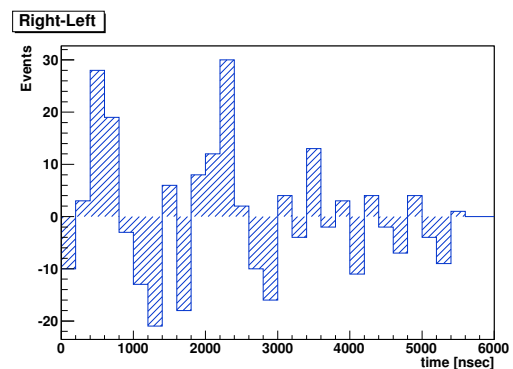
- Total time 414 時間 (約 17 日)
- Total event 約 88 万 event
 - $N_L = 2,118$ event
 - $N_R = 2,127$ event

のデータを用いた。

上下の崩壊にくらべて観測できた左右の崩壊のイベント数が少ないのは、column 1 での崩壊しかカウントしていないからである。イベント数を増やすために column 0 や 2 での左右の崩壊 (例えば、0 で止まり崩壊後 1 or 2 の信号がある) も条件に加えて解析したがうまくいかなかった。これは同時に二個の粒子が観測されたイベントなどもカウントしてしまうのと、もともと column 0 と 2 に入射してくる粒子の数に差があり偏ってしまうためだと思われる。このことから今回は column 1 での崩壊のみをカウントした。



(a) 左右の崩壊の和



(b) 左右の崩壊の差

Fig.5.14 左右での歳差運動の確認

Fig.5.14(a) は左右の崩壊イベントの合計 $N_R + N_L$ のヒストグラムである。(縦軸: イベント数、横軸: 時間 [nsec]) イベント数が少ないために誤差はあるが exp で崩壊数が減少していることがわかる。

Fig.5.14(b) は左右の崩壊イベントの差 $N_R - N_L$ のヒストグラムである。(縦軸: イベント数、横軸: 時間 [nsec]) 4000nsec 以降は観測できたイベント数が少なくあまりラーモア歳差運動による振動が見えていない。よって Fitting は 400 ~ 4000nsec の範囲で行った。始まりを 400nsec からにするのは上下の Asymmetry と同じ理由である。

5.6.2 Asymmetry

この二つのヒストグラムを用いて Asymmetry を計算する。

Asymmetry の定義を

$$\text{Asymmetry} \equiv \frac{N_R - N_L}{N_R + N_L}$$

として、Fitting には

$$\text{Fit}(t) = \text{Amp} \cdot \sin \omega t + \text{offset}$$

(Amp : 振幅 ω : 振動数)

を用いた。ここで、sin 関数をもちいたのは入射してくる μ^+ 粒子のスピンの上方向に偏極しており、崩壊までの時間が短いとき e^+ は上方向にしか放出されず左右方向として観測できる崩壊はないと考えたためである。また、左右方向に偏極はないので offset はほぼ 0 になる。

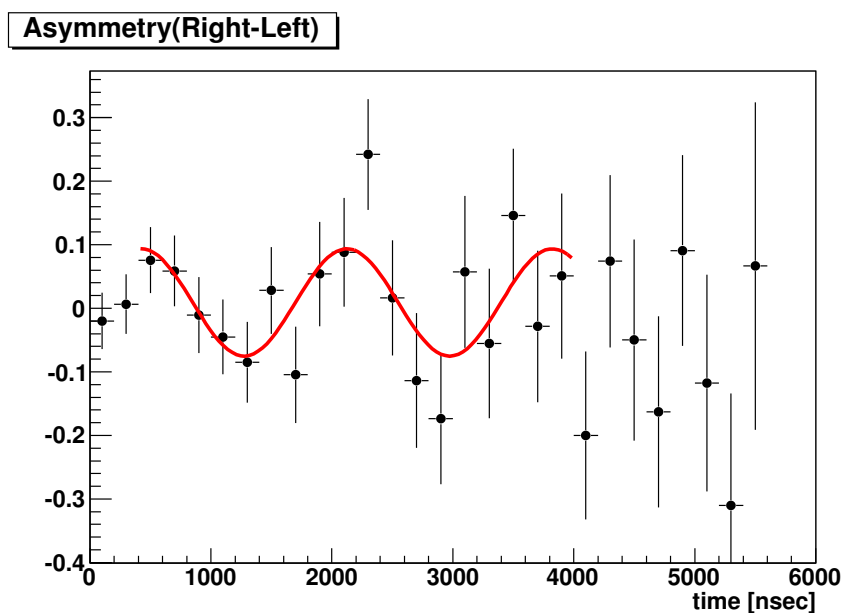


Fig.5.15 左右の Asymmetry(実データ)

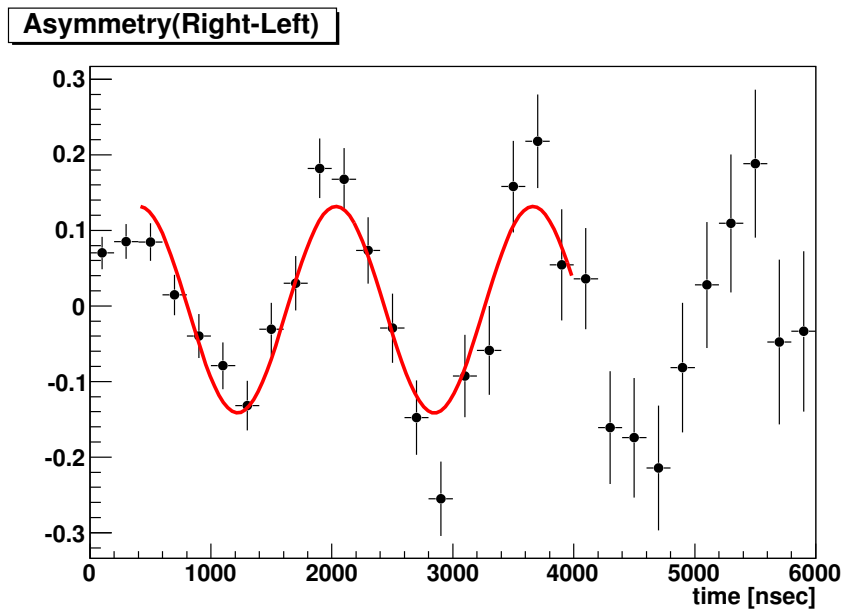


Fig.5.16 左右の Asymmetry(シミュレーション)

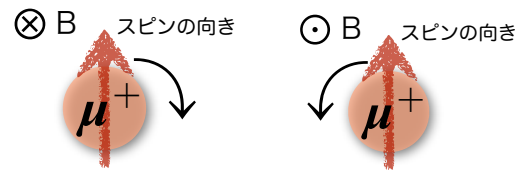
Fig.5.15 が今回のデータから計算した左右の Asymmetry である。これは Geant4 シミュレーションによる左右の Asymmetry のヒストグラム Fig.5.16 とよく一致しており正しく μ^+ 粒子の歳差運動が確認できたといえる。二つの間で振幅が違うのは、シミュレーションで偏極度や μ 粒子のエネルギー分布の設定が実際と異なるためである。

	ω [MHz]	Amp	offset
実データ	3.70 ± 0.16	0.08 ± 0.03	0.01 ± 0.02
シミュレーション	3.86 ± 0.04	0.13 ± 0.01	-0.004 ± 0.009

Table.5.5 左右の Asymmetry の解析結果

5.7 磁場を反転させたときの Asymmetry

磁場を反転させると μ^+ 粒子のスピンの歳差運動は通常の磁場のときと逆方向に回転する。このことから Asymmetry の形が反転することを確認し、 μ^+ 粒子のスピンの磁場がきちんと反映されているかを確認した。上下方向の Asymmetry は歳差運動の方向によらないので、反転磁場の解析は左右の Asymmetry のみを確認した。



(a) 通常磁場での歳差運動 (b) 反転磁場での歳差運動

Fig.5.17 μ^+ 粒子の歳差運動の回転方向

磁場を反転させた場合の解析には以下のデータを用いた。

- Total event 約 37 万イベント
- Total time 7 日半 (184.6 時間)
 - $N_L = 779$ event
 - $N_R = 794$ event

イベントのカウンタ条件などは通常磁場の条件と同じにして、Asymmetry が反転するので Fitting に

$$\text{Fit}(t) = -\text{Amp} \cdot \sin \omega t + \text{offset}$$

(Amp : 振幅 ω : 振動数)

を用いて解析を行った。実データ、シミュレーションの結果は以下の Fig.5.18、Fig.5.19 のようになった。

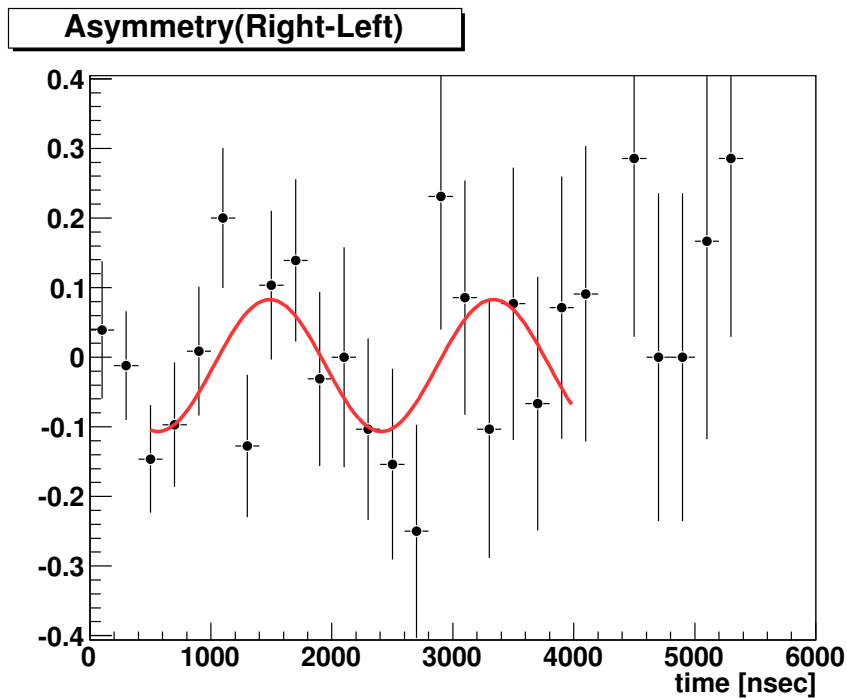


Fig.5.18 磁場を反転させたときの左右の Asymmetry(実データ)

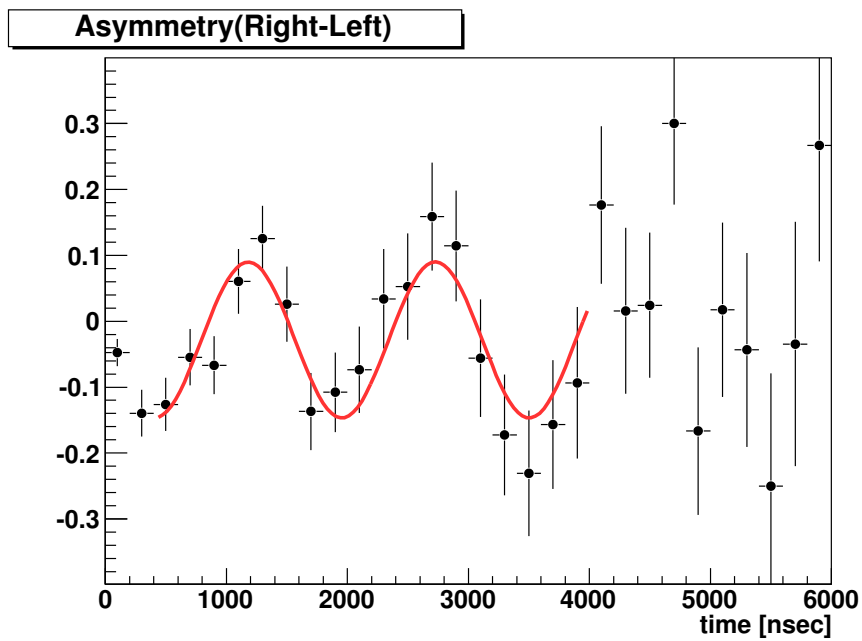


Fig.5.19 磁場を反転させたときの左右の Asymmetry(シミュレーション)

	ω [MHz]	Amp	offset
実データ	3.40 ± 0.25	0.09 ± 0.04	-0.012 ± 0.029
シミュレーション	4.06 ± 0.08	0.12 ± 0.02	-0.03 ± 0.01

Fig.5.15 と Fig.5.18 を比較すると、Asymmetry が反転していることが確認できた。またシミュレーションともよく一致していることが確認でき、歳差運動に磁場による効果が反映されていることを確かめることができた。

6 結果

6.1 捕獲レート

本実験において捕獲可能な μ 粒子の崩壊の観測レートは 0.15 Hz と予測されたが観測結果は 0.014 Hz であった。この2つの値の違いは以下の理由が考えられる。

- S1、S2 のトリガーシンチレータを通り途中でシンチレータ列から突き抜ける粒子の軌跡が実際の観測には含まれている。
- 装置内のアルミ板で μ 粒子が静止しその崩壊電子がアルミ板で止まり、シンチレータで崩壊信号を検出できないものもある。

計算も粗いことから値の違いが 10^{-1} のオーダーに収まっていることは許容範囲といえる。

6.2 偏極度

偏極度の観測値が予想値よりも小さく出てしまうのは、エネルギーが大きい μ 粒子が装置内で静止せずに突き抜けてしまうためだと思われる。今回は 1GeV 付近の μ 粒子を捕らえるように仮定し予測値を計算した。1GeV より高エネルギーの μ 粒子は捕らえることが出来ないために実際の観測値は 1GeV までの μ 粒子の偏極度しか見てないことになる。低エネルギーの μ 粒子は偏極が大きいいため、今回の観測では偏極度が小さくなってしまった。

しかし、左右と上下の Asymmetry でそれぞれの値がコンシステントであったため、解析方法や観測データ自体は正しいものだと判断できた。

6.3 磁気能率

今回得た磁気能率の結果を以下に示す。

$$g_{\text{上下}} = 2.00 \pm 0.05 \pm 0.18$$

$$g_{\text{左右}} = 1.97 \pm 0.09 \pm 0.18$$

1つ目の誤差は統計誤差、2つ目の誤差は磁場による誤差である。上下と左右の結果ともに理論値と一致しており、今回の実験は成功しているといえる。今後より精密に磁気能率を測定するためには、

- 崩壊点での磁場を一様にするなどして磁場の値の精度を上げる。
- 左右の観測にも適した実験装置を設計する。
- μ^+ ビーム加速器を作る。(1番おすすめ)

などの工夫が必要である。

参考文献

- [1] Saito Hayakawa “*Polarization of Cosmic-Ray μ Mesons :Theory*” PTHYSICAL REVIEW 1957
- [2] T.Suzuki and D.F.Measday “*Total nuclear capture rates for negative muons*” PTHYSICAL REVIEW C 1986
- [3] 武谷三男 『宇宙線研究』 岩波書店 1970 年
- [4] 岸本晋 『次世代線型加速器実験用測定器シミュレータの開発』 神戸大学修士学位論文 2005
- [5] 北川俊作・佐田優太・柴田将光・高橋慶在・谷峻太郎 『 μ^+ の寿命及び磁気能率の測定』 京都大学 2006
- [6] 荒木慎也・宮本紀之・室井章 『宇宙線ミュオン測定』 大阪大学卒業論文 2005
- [7] 大塚康平・岡本裕磨・小西拓也・鈴木雄太・山内隆寛 『 μ 粒子の磁気能率測定』 神戸大学卒業論文 2009

付録 A PMT にかけた電圧

Table. 付録 A.1 シンチレータの電圧対応表

シンチレータ	電圧 [V]	シンチレータ	電圧 [V]
$T1_R$	2000	$T1_L$	2050
$T2_R$	1800	$T2_L$	1800
$S0_R$	1800	$S0_L$	1750
$S1_R$	1675	$S1_L$	1730
$S2_R$	2000	$S2_L$	2000
$S3_R$	1850	$S3_L$	1850
$S4_R$	1900	$S4_L$	1900
$S5_R$	1750	$S5_L$	1800
$S6_R$	1800	$S6_L$	1650
$S7_R$	1700	$S7_L$	1700
$S8_R$	1650	$S8_L$	1800
$S9_R$	1800	$S9_L$	1800
$S10_R$	1750	$S10_L$	1650
$S11_R$	1750	$S11_L$	1850
$S12_R$	1750	$S12_L$	1750
$S13_R$	1850	$S13_L$	1850
$S14_R$	1850	$S14_L$	1700

付録 B 直方体コイルの磁束密度の計算

Biot-Savart の法則

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}') \times \mathbf{R}}{R^3} d^3r' \quad (\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.1)$$

を用いて図のようなコイル内の点 $\mathbf{r}(x, y, z)$ における磁束密度 \mathbf{B}_r を求める。

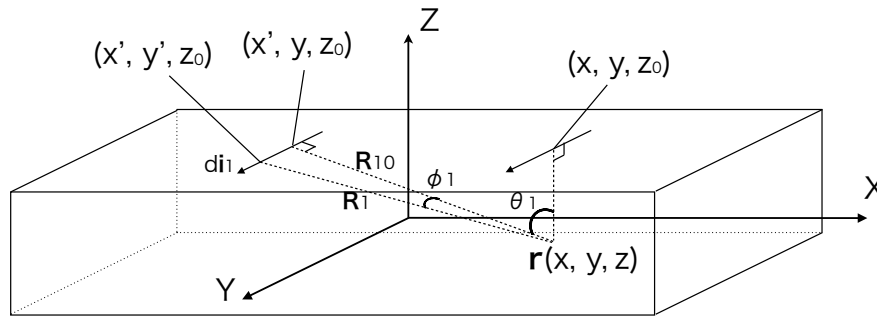


Fig. 付録 B.1 コイルと座標系

コイルの巻き数を n , コイルに流す電流を I とすると、点 (x', y_0, z) のまわりの微小領域に流れる微小電流 di_1 は

$$di_1 = \frac{n}{2x_0} \frac{y_0 - y}{\cos^2 \theta_1} d\theta_1 \frac{R_{10}}{\cos^2 \phi_1} d\phi_1 (0, 0, I) \quad (2.2)$$

となる。ここで、 $\mathbf{R}_1 = (x - x', y - y_0, z - z')$, $\mathbf{R}_{10} = (x - x', y - y_0, 0)$ より

$$\begin{aligned} R_1^2 &= R_{10}^2 + (R_{10}^2 \tan^2 \phi_1) \\ &= \frac{R_{10}^2}{\cos^2 \phi_1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} R_{10}^2 &= (x - x')^2 + (y - y_0)^2 \\ &= (y_0 - y)^2 (1 + \tan^2 \theta_1) \\ &= \left(\frac{y_0 - y}{\cos \theta_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

が導かれ、微小電流 di_1 による点 $\mathbf{r}(x, y, z)$ 上の磁束密度は、

$$\begin{aligned} dB_1 &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{di_1 \times \mathbf{R}_1}{R_1^3} \\ &= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \cos \phi_1 d\theta_1 d\phi_1 (1, -\tan \theta_1, 0) \end{aligned} \quad (2.5)$$

したがって、 $y=y_0$ の x - z 平面を流れる電流による点 $r(x, y, z)$ 上の磁束密度は、

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_1 &= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \int_{\arctan B_{10}}^{\arctan B_{11}} d\theta_1 \int_{\arctan A_{10}}^{\arctan A_{11}} d\phi_1 \cos \phi_1 (1, -\tan \theta_1, 0) \\
&= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \int_{\arctan B_{10}}^{\arctan B_{11}} d\theta_1 \left(\sum_{i=0,1} (-1)^{i+1} \frac{A_{1i} \cos \theta_1}{\sqrt{1 + (A_{1i} \cos \theta_1)^2}} \right) (1, -\tan \theta_1, 0) \\
&= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \left(\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+1} \arctan \frac{A_{1i} B_{1j}}{\sqrt{1 + A_{1i}^2 + B_{1j}^2}}, \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+1} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{1i}}{\sqrt{1 + B_{1j}^2}}, 0 \right)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\left(A_{10} = -\frac{z_0 + z}{y_0 - y}, \quad A_{11} = \frac{z_0 - z}{y_0 - y}, \quad B_{10} = -\frac{x_0 + x}{y_0 - y}, \quad B_{11} = \frac{x_0 - x}{y_0 - y} \right)$$

と求めることができる。他の3つの平面も同様にして計算すると

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \left(\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{2i} B_{2j}}{\sqrt{1 + A_{2i}^2 + B_{2j}^2}}, 0, \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{2i}}{\sqrt{1 + B_{2j}^2}} \right) \tag{2.7}$$

$$\mathbf{B}_3 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \left(\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{3i} B_{3j}}{\sqrt{1 + A_{3i}^2 + B_{3j}^2}}, -\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{3i}}{\sqrt{1 + B_{3j}^2}}, 0 \right) \tag{2.8}$$

$$\mathbf{B}_4 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \left(\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{4i} B_{4j}}{\sqrt{1 + A_{4i}^2 + B_{4j}^2}}, 0, -\sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{4i}}{\sqrt{1 + B_{4j}^2}} \right) \tag{2.9}$$

以上をまとめると

$$B_x = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{k=1}^4 \sum_{i,j=0,1} \arctan \frac{A_{ki} B_{kj}}{\sqrt{1 + A_{ki}^2 + B_{kj}^2}} \tag{2.10}$$

$$B_y = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{i,j=0,1} \left(\operatorname{arcsinh} \frac{A_{1i}}{\sqrt{1 + B_{1j}^2}} - \operatorname{arcsinh} \frac{A_{3i}}{\sqrt{1 + B_{3j}^2}} \right) \tag{2.11}$$

$$B_z = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{i,j=0,1} \left(\operatorname{arcsinh} \frac{A_{2i}}{\sqrt{1 + B_{2j}^2}} - \operatorname{arcsinh} \frac{A_{4i}}{\sqrt{1 + B_{4j}^2}} \right) \tag{2.12}$$

$$\begin{array}{cccc}
A_{10} = -\frac{z_0 + z}{y_0 - y} & A_{11} = \frac{z_0 - z}{y_0 - y} & B_{10} = -\frac{x_0 + x}{y_0 - y} & B_{11} = \frac{x_0 - x}{y_0 - y} \\
A_{20} = -\frac{y_0 + y}{z_0 - z} & A_{21} = \frac{y_0 - y}{z_0 - z} & B_{20} = -\frac{x_0 + x}{z_0 - z} & B_{21} = \frac{x_0 - x}{z_0 - z} \\
A_{30} = -\frac{z_0 + z}{y_0 + y} & A_{31} = \frac{z_0 - z}{y_0 + y} & B_{30} = -\frac{x_0 + x}{y_0 + y} & B_{31} = \frac{x_0 - x}{y_0 + y} \\
A_{40} = -\frac{y_0 + y}{z_0 + z} & A_{41} = \frac{y_0 - y}{z_0 + z} & B_{40} = -\frac{x_0 + x}{z_0 + z} & B_{41} = \frac{x_0 - x}{z_0 + z}
\end{array}$$

と導出される。この式を用いて本実験の磁場計算を行った。

謝辞

本実験を行うにあたりまして、たくさんの方の多大なる助力をいただきましたのでこの場にて厚くご御礼申し上げます。

まず、指導教官の蔵重教授、山崎准教授にはこのような実験の機会を与えていただき、また実験機器のセットアップや解析の方法など本当に多くの指導を賜りました。そして川越教授、原准教授、竹内教授、越智助教、鈴木助教には的確なアドバイスをいただきました。

博士後期課程の岡田さんには今後進む道を示していただきました。また博士前期課程 M3 の西山さん、M2 の吹田さん、宮崎さん、谷さん、徳永さんにはプログラムやコンピュータ、研究室における過ごし方などを教えていただきました。同期の細川氏、北村氏、村田氏には実験装置のセットアップ等手伝っていただきました。特に M 1 の大塚さん、岸本さん、小西さん、鈴木さんには実験の引き継ぎ等で大変お世話になりました。本当にありがとうございました。